Übungen zu MMP III	**Blatt Nr. 09**	Tutorium 18.11.2016

Aufgabe 1: Eine komplexwertige Funktion $w(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ ist differenzierbar, wenn sie die Cauchy-Riemannschen Differenzialgleichungen erfüllt:

$$\partial_x u \; = \; \partial_y v \; , \quad \partial_y u \; = \; -\partial_x v \; .$$

Zeigen Sie, dass wenn x, y als Funktionen von z, z^* betrachtet werden, die komplexe Differenzierbarkeit der Bedingung $\partial w / \partial z^* = 0$ entspricht.
[Hinweis: Drücken Sie zuerst x, y als Funktionen von z, z^* aus.]

Aufgabe 2: Gegeben sei die Funktion

$$f(z) = a\big[\ln(z+b) - \ln(z-b)\big] \; , \quad a, b \in \mathbb{R} \; .$$

(a) Auf welchen Kurven ist der Realteil bzw. der Imaginärteil der Funktion konstant?

(b) Unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven von konstantem Real- und Imaginärteil?

Aufgabe 3:

(a) Zeigen Sie, dass $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$ für $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt.

(b) Drücken Sie die Umkehrfunktionen von $\cosh z$ und $\sin z$ durch den Hauptzweig des Logarithmus aus, d.h. durch die Funktion ln.

Aufgabe 4:

(a) Bestimmen Sie die Potenzreihe von $\ln(1+z)$ um $z = 0$. $[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} z^n}{n}.]$

(b) Bestimmen Sie die Potenzreihen von $\ln(z)$ um $z = +1$ und um $z = +i$.

(c) Skizzieren Sie die Kovergenzbereiche aller Reihen in der komplexen Ebene.