Übungen zur Elementarteilchenphysik	**Blatt Nr. 11**	15.01.2007

[Do 25.01.2007, 16:15, D6-135]

Aufgabe 1: Betrachten Sie das Integral

$$A(m,\Lambda) \equiv \int_{|\mathbf{r}|<\Lambda} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{r}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}r_0}{(2\pi)} \, \frac{1}{R^2 - m^2 + i\varepsilon} \, ,$$

wobei $\varepsilon = 0^+$. Wie verhält sich $A(m,\Lambda)$ für $\Lambda \gg m$?

Aufgabe 2: Betrachten Sie nun

$$B(m,Q,\Lambda) \equiv \int_{|\mathbf{r}|<\Lambda} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{r}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}r_0}{(2\pi)} \, \frac{1}{[R^2 - m^2 + i\varepsilon] \; [(Q+R)^2 - m^2 + i\varepsilon]} \, ,$$

wobei wiederum $\varepsilon = 0^+$. Wie verhält sich $B(m,Q,\Lambda)$ für $\Lambda \gg m, q_0, |\mathbf{q}|$?

Hinweis: Sollte Ihnen diese Aufgabe so zu schwer fallen, können Sie $Q^2 \ll m^2$ annehmen und eine Taylor-Entwicklung in Q^2 durchführen.

Aufgabe 3: Angenommen die Felder $\hat{\phi}$ und $\hat{A}_\mu$ transformieren unter Eichtransformationen gemäß

$$\begin{aligned} \hat{A}_\mu(x) \quad &\rightarrow \quad \hat{A}'_\mu(x) = \hat{A}_\mu(x) + \frac{1}{e}\, \partial_\mu \, \alpha(x) \, , \\ \hat{\phi}(x) \quad &\rightarrow \quad \hat{\phi}'(x) = e^{i\alpha(x)} \, \hat{\phi}(x) \, . \end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß dann

$$\hat{\mathcal{L}} \equiv (\hat{D}_\mu \hat{\phi})^\dagger \, (\hat{D}^\mu \hat{\phi})$$

mit $\hat{D}_\mu \equiv \partial_\mu - ie\hat{A}_\mu$ eichinvariant ist.

Aufgabe 4: Eine allgemeine $SU(2)$-Transformation kann als $\hat{\Phi} \rightarrow \hat{\Phi}' = U\hat{\Phi}$ geschrieben werden mit

$$U = \mathbb{1}_{2\times 2} \cdot \cos|\theta| + i\, \sigma^a \, \frac{\theta^a}{|\theta|} \cdot \sin|\theta| \qquad \text{sowie} \qquad |\theta| \equiv \left(\sum_{a=1}^{3} \theta^a \theta^a \right)^{1/2} \, .$$

Hier sind σ^a mit $a = 1,2,3$ die Pauli-Matrizen. Wie transformiert sich $\hat{\tilde{\Phi}} \equiv i\sigma^2 \hat{\Phi}^*$?

Aufgabe 5: Die Felder $\hat{Q}'_{1L}$, $\hat{\Phi}$, $\hat{u}_R$, $\hat{d}_R$ haben jeweils die Hyperladungen $-1/6$, $-1/2$, $-2/3$ und $1/3$. Zeigen Sie, daß sowohl

$$\hat{\bar{Q}}'_{1L} \, \hat{\tilde{\Phi}} \, \hat{u}_R \qquad \text{als auch} \qquad \hat{\bar{Q}}'_{1L} \, \hat{\Phi} \, \hat{d}_R$$

invariant bezüglich der Hyperladungs-Eichsymmetrie $U(1)_Y$ sind.