

[Do 11.01.2007, 16:15, D6-135]

Aufgabe 1: Man kann verschiedene “Summenregeln” für die Verteilungsfunktionen der Partonen herleiten, so z.B. folgt aus der Definition des Gesamtimpulses des Protons $\int_0^1 dx x \sum_i f_i(x) = 1$ (vgl. Vorlesung). Betrachten Sie die Verteilungsfunktionen $u_v(x)$, $d_v(x)$, $s(x)$, $\bar{s}(x)$ und $g(x)$. Welche Regeln folgen aus den Tatsachen, daß

- (a) das Proton die elektrische Ladung $Q = +1$ hat?
- (b) das Proton keine Seltsamkeit S besitzt?

Aufgabe 2: Die “laufende Kopplungskonstante” $g_s(Q_E)$ der QCD erfüllt

$$Q_E \frac{d}{dQ_E} g_s^2(Q_E) = -2 b_0 g_s^4(Q_E), \quad \text{für } Q_E \gg 1 \text{ GeV}, \quad (1)$$

mit $b_0 \equiv (11N_c - 2N_f)/48\pi^2$ und $N_c = N_f = 3$. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung.

Aufgabe 3: Die “QCD-Skala” wird durch

$$\Lambda_{\text{QCD}} \equiv \lim_{Q_E \rightarrow \infty} Q_E \exp \left[-\frac{1}{2 b_0 g_s^2(Q_E)} \right]$$

definiert, wobei $g_s^2(Q_E)$ die in Aufgabe 2 hergeleitete Lösung ist. Experimente haben gezeigt, daß $\alpha_s(91 \text{ GeV}) = g_s^2(91 \text{ GeV})/4\pi \approx 0.12$. Was erhalten Sie damit für Λ_{QCD} ?

Aufgabe 4: Betrachten Sie die elastische Pion-Nukleon-Streuung. Es gibt sechs mögliche Prozesse:

$$\begin{aligned} \pi^+ + p &\rightarrow \pi^+ + p, & \pi^0 + p &\rightarrow \pi^0 + p, & \pi^- + p &\rightarrow \pi^- + p, \\ \pi^+ + n &\rightarrow \pi^+ + n, & \pi^0 + n &\rightarrow \pi^0 + n, & \pi^- + n &\rightarrow \pi^- + n. \end{aligned}$$

Wieviele unabhängige Amplituden gibt es in diesen Streuungen unter der Annahme der (exakten) Isospinsymmetrie? (Pionen haben $I = 1$, Nukleonen $I = 1/2$.)

Aufgabe 5: In der Vorlesung wurden zwei neutrale Kaonen, $K^0 = d\bar{s}$ und $\bar{K}^0 = s\bar{d}$, definiert. Für die zugehörigen Zustände gelten die Beziehungen

$$\begin{aligned} \hat{P}|K^0\rangle &= -|K^0\rangle, & \hat{P}|\bar{K}^0\rangle &= -|\bar{K}^0\rangle, \\ \hat{C}|K^0\rangle &= |\bar{K}^0\rangle, & \hat{C}|\bar{K}^0\rangle &= |K^0\rangle. \end{aligned}$$

Können Sie durch Linearkombinationen von $|K^0\rangle$ und $|\bar{K}^0\rangle$ $\hat{C}\hat{P}$ -Eigenzustände konstruieren? Welcher dieser Zustände könnte in zwei, welcher in drei Pionen zerfallen, falls CP erhalten bleibt? Warum können diese Reaktionen nicht innerhalb der QCD auftreten?

