Übungen zur Elementarteilchenphysik	**Blatt Nr. 08**	11.12.2006

[Do 21.12.2006, 16:15, D6-135]

Aufgabe 1: Ausgehend von $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}$, zeigen Sie, daß gilt:

(a) $\mathrm{Sp}[\gamma^\mu\gamma^\nu] = 4\eta^{\mu\nu}$,

(b) $\mathrm{Sp}[\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho] = 0$,

(c) $\mathrm{Sp}[\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma] = 4\left(\eta^{\mu\nu}\eta^{\rho\sigma} - \eta^{\mu\rho}\eta^{\nu\sigma} + \eta^{\mu\sigma}\eta^{\nu\rho}\right)$.

Aufgabe 2: Wir haben gelernt, daß (nach Spinmittelung) für $e^- + \mu^- \to e^- + \mu^-$ gilt:

$$\left\langle|\mathcal{M}|^2\right\rangle = \frac{8e^4}{(Q_A - P_1)^4}\{\, Q_A\cdot Q_B\, P_1\cdot P_2 + Q_A\cdot P_2\, Q_B\cdot P_1 \\ -m_\mu^2\, Q_A\cdot P_1 - m_e^2\, Q_B\cdot P_2 + 2m_e^2 m_\mu^2\,\} \,. \qquad (1)$$

Nehmen wir an, daß $m_\mu \gg m_e$. Ausgehend von (1) und dem lorentzinvarianten Ausdruck $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t$ aus Aufgabe 6.4., bestimmen Sie $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ im Laborsystem (welches in diesem Limes identisch zum Ruhesystem des Myons ist). *Hinweis*: In diesem Grenzfall ist $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega \propto m_\mu^{-2}(1+\mathcal{O}(m_\mu^{-2}))\,\langle|\mathcal{M}|^2\rangle$ und $\langle|\mathcal{M}|^2\rangle \propto m_\mu^2(1+\mathcal{O}(m_\mu^{-2}))$, so daß $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ letztendlich unabhängig von m_μ sein sollte; vgl. Vorlesung.

Aufgabe 3: Wir wissen, daß für große Energien E des einlaufenden Elektrons

$$\sigma(e^+e^- \to f\bar{f}) = Q_f^2 \frac{\pi}{3}\left(\frac{\alpha_{\mathrm{EM}}}{E}\right)^2$$

gilt, wobei Q_f die Ladung in Einheiten von e ist. Definieren wir nun

$$R(E) \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \to \mathrm{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} \,.$$

Was wäre Ihre Vorhersage für $R(E)$ für $E = 1$ GeV und $E = 3$ GeV?

Aufgabe 4: Betrachten wir die tiefinelastische Streuung.

(a) Wie hängen (für gegebenes E) Q_E^2,x von E',Θ ab?

(b) Zeigen Sie, daß $0 \leq x \leq 1$ gilt.