Übungen zur Elementarteilchenphysik	**Blatt Nr. 05**	20.11.2006

[Do 30.11.2006, 16:15, D6-135]

Aufgabe 1: Die Zerfallsrate Γ bestimmt die Teilchenanzahl durch $N(t) = N(0)\exp(-\Gamma t)$. Zeigen Sie, daß die durchschnittliche Lebensdauer τ eines Teilchens gleich Γ^{-1} ist.

Aufgabe 2: Überzeugen Sie sich davon, daß die Phasenraumintegration in der lorentzinvarianten Form

$$\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3\, 2E_\mathbf{p}} = \int \frac{\mathrm{d}^4 p}{(2\pi)^4}\, 2\pi\, \delta(p^2 - m^2)\, \theta(p^0)$$

geschrieben werden kann, wobei $p = (p^0, \mathbf{p})$.

Aufgabe 3: Phasenraumintegration des Zweikörperzerfalls

Betrachten wir den Zerfall $A \to 1+2$ im Ruhesystem des Teilchens A. Die Massen seien M, m_1, m_2 und die Zerfallsrate beträgt (vgl. Vorlesung)

$$\Gamma = \frac{1}{2M} \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3\, 2E_{\mathbf{p}_1}} \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3\, 2E_{\mathbf{p}_2}}\, (2\pi)^4\, \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q) \cdot |\mathcal{M}|^2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$$

mit $q = (M, \mathbf{0})$, $p_1 = (E_{\mathbf{p}_1}, \mathbf{p}_1)$ sowie $p_2 = (E_{\mathbf{p}_2}, \mathbf{p}_2)$.

(a) Zeigen Sie, daß nach der Integration über $\mathbf{p}_1$ gilt:

$$\Gamma = \frac{1}{2M}\, \frac{1}{(4\pi)^2} \int \mathrm{d}^3\mathbf{p}_2\, \frac{\delta\left(M - \sqrt{m_1^2 + \mathbf{p}_2^2} - \sqrt{m_2^2 + \mathbf{p}_2^2}\right)}{\sqrt{m_1^2 + \mathbf{p}_2^2}\, \sqrt{m_2^2 + \mathbf{p}_2^2}} \cdot |\mathcal{M}|^2(-\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2)\,.$$

(b) Es kann vermutet werden, daß $|\mathcal{M}|^2(-\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2)$ nur von $|\mathbf{p}_2|$ abhängig ist, d.h. $|\mathcal{M}|^2(-\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2) \to |\mathcal{M}|^2(|\mathbf{p}_2|)$. Überführen Sie die Zerfallsrate per Winkelintegration in die Form

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi M} \int_0^\infty \mathrm{d}\rho\, \rho^2\, \frac{\delta\left(M - \sqrt{m_1^2 + \rho^2} - \sqrt{m_2^2 + \rho^2}\right)}{\sqrt{m_1^2 + \rho^2}\, \sqrt{m_2^2 + \rho^2}} \cdot |\mathcal{M}|^2(\rho)\,.$$

(c) Nehmen Sie nun die Variablensubstitution $\rho \to E \equiv \sqrt{m_1^2 + \rho^2} + \sqrt{m_2^2 + \rho^2}$ vor. Überzeugen Sie sich davon, daß sich die Zerfallsrate schreiben läßt als

$$\Gamma = \frac{\rho_0}{8\pi M^2}\, |\mathcal{M}|^2(\rho_0)\, \theta(M - m_1 - m_2)\,,$$

wobei

$$\rho_0 = \frac{1}{2M} \sqrt{M^4 + m_1^4 + m_2^4 - 2M^2 m_1^2 - 2M^2 m_2^2 - 2m_1^2 m_2^2}\,.$$

(d) Was ist die physikalische Bedeutung von ρ_0? (vgl. Aufgabe 1.4(a))