Übungen zur Elementarteilchenphysik	**Blatt Nr. 04**	13.11.2006

[**Achtung geänderter Übungstermin: Do 23.11.2006, 16:15, D6-135**]

Aufgabe 1: Zeigen Sie, daß die Polarisationsvektoren der Coulomb–Eichung die Vollständigkeitsrelation erfüllen:

$$\sum_{\lambda=1,2} \varepsilon^i_{(\lambda)}(\mathbf{p})\varepsilon^j_{(\lambda)}(\mathbf{p}) = \delta^{ij} - \frac{p^i p^j}{|\mathbf{p}|^2} \ .$$

Aufgabe 2: Betrachten wir die Dirac–Gleichung $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$.

(a) Zeigen Sie, daß der Dirac–adjungierte Spinor $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0$ die Gleichung $\bar{\psi}(i\gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu + m) = 0$ erfüllt.

(b) Zeigen Sie, daß die Ladung $Q = \int \mathrm{d}^3\mathbf{x}\, \bar{\psi}\gamma_0\psi$ eine Erhaltungsgröße ist.

Aufgabe 3: Betrachten wir die Spinoren

$$u(\mathbf{p},s) = C(\not{p}+m)\begin{pmatrix}\xi_s\\0\end{pmatrix} \quad , \quad v(\mathbf{p},s) = C'(\not{p}-m)\begin{pmatrix}0\\\xi_{-s}\end{pmatrix} ,$$

mit $\xi_+ \equiv \binom{1}{0}$ und $\xi_- \equiv \binom{0}{1}$. Zeigen Sie, daß die Normierungsbedingungen

$$\bar{u}(\mathbf{p},s)u(\mathbf{p},s') = 2m\delta_{s,s'} \quad , \quad \bar{v}(\mathbf{p},s)v(\mathbf{p},s') = -2m\delta_{s,s'}$$

durch $C = -C' = (E_\mathbf{p}+m)^{-1/2}$ erfüllt werden können.

Was sind dann $u^\dagger(\mathbf{p},s)u(\mathbf{p},s')$ und $v^\dagger(\mathbf{p},s)v(\mathbf{p},s')$?

Aufgabe 4: Betrachten wir den Helizitätsoperator $h(\mathbf{p}) = \mathbf{e_p}\cdot\vec{\Sigma}$ sowie den Chiralitätsoperator γ_5, wobei

$$\mathbf{e_p} \equiv \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \quad , \quad \vec{\Sigma} \equiv \begin{pmatrix}\vec{\sigma} & 0\\ 0 & \vec{\sigma}\end{pmatrix} \quad , \quad \vec{\sigma} = (\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3) = \mathrm{Pauli-Matrizen}\ .$$

Zeigen Sie, daß

(a) $h^2(\mathbf{p}) = \mathbb{1}_{4\times4}$ gilt.

(b) die Eigenwerte von $h(\mathbf{p})$ und γ_5 gleich ±1 sind.

(c) für $P^{(h)}_\pm = \frac{1\pm h}{2}$ die Beziehungen $(P^{(h)}_\pm)^2 = P^{(h)}_\pm$ und $P^{(h)}_+ P^{(h)}_- = 0$ gelten.

(d) der Chiralitätseigenwert von $u_L \equiv P_L u$, mit $P_L = \frac{1-\gamma_5}{2}$, gleich -1 ist.