

9.2. Neutrinomassen

S. 99 :
$$\delta \hat{\mathcal{L}} = - \frac{h_w^2}{m_{GUT}} \hat{L}_{1L} \hat{\Phi} \hat{\Phi}^\dagger + \hat{L}_{1L} + \dots ; \hat{L}_{1L} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$$

Aber es gibt auch — dies ist eine lange und schwierige Geschichte — einige Varianten davon. Die Schlußfolgerung ist, daß, obwohl dies nicht mit dem obigen Operator gelingt (weil $\bar{\nu}_L \nu_L = 0$), die Neutrinos nach

$$\hat{\Phi} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \nu \\ 0 \end{pmatrix}$$

ein Masse kriegen, und zwar

$$m_\nu \sim \frac{h_w^2 v^2 / 2}{m_{GUT}}$$

Erinnern wir uns:

$$m_e = \frac{h_e v}{\sqrt{2}} \approx 0.5 \text{ MeV} ; m_t = \frac{h_t v}{\sqrt{2}} \approx 175 \text{ GeV}$$

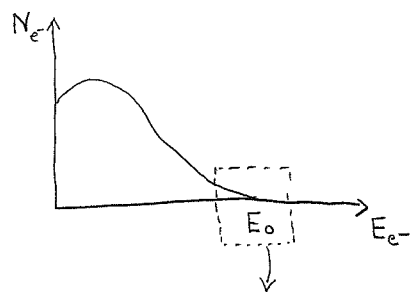
Aufgabe 13.4 : $m_{GUT} \gtrsim 10^{15} \text{ GeV}$. Falls also $h_e \lesssim h_w \lesssim h_t$, erhalten wir

$$\frac{(0.5 \text{ MeV})^2}{10^{15} \text{ GeV}} \approx \frac{10^{11}}{10^{24}} \text{ eV} \lesssim m_\nu \lesssim \frac{(175 \text{ GeV})^2}{10^{15} \text{ GeV}} \approx \frac{10^{22}}{10^{24}} \text{ eV}$$

$$10^{-13} \text{ eV} \lesssim m_\nu \lesssim 10^{-2} \text{ eV}$$

Wie könnten wir so eine Masse messen?

Tritium β -Zerfall: ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$



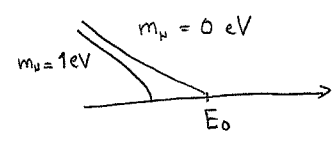
Das Mainzer Experiment 1997-2001:

$$m_\nu < 2.2 \text{ eV}$$

KATRIN (Karlsruhe Tritium Neutrino Exp.)

2008 - :

$$m_\nu < 0.2 \text{ eV}$$



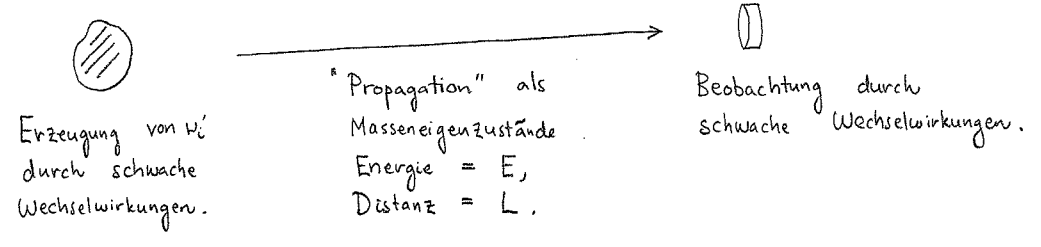
Es ist also sehr schwierig, kleine Massen zu bestimmen!

Es zeigt sich, daß Massenunterschiede leichter zu messen sind.

Dies kommt durch Neutrino-Oszillationen zustande.

Falls die Neutrinos eine Masse haben, sind die in schwachen Wechselwirkungen erzeugten Neutrinos Linearkombinationen von Masseneigenzuständen, wie es schon mit Quarks der Fall war (vgl. S. 71; S. 94). Der Einfachheit halber betrachten wir nur zwei Generationen, und nehmen an, daß

$$\begin{pmatrix} \nu_1' \\ \nu_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$



$$|\nu_1'(t, L)\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle e^{-iEt + ip_1L} + \sin\theta |\nu_2\rangle e^{-iEt + ip_2L} \quad ; \quad E = \sqrt{p^2 + m^2}$$

$$\langle \nu_2' | = -\sin\theta \langle \nu_1 | + \cos\theta \langle \nu_2 |$$

$$\begin{aligned} \langle \nu_2' | \nu_1'(t, L)\rangle &= \cos\theta \sin\theta e^{-iEt} (e^{ip_2L} - e^{ip_1L}) \\ &= \sin 2\theta e^{-iEt} e^{i\left(\frac{p_1+p_2}{2}\right)L} \cdot \frac{1}{2} \left(e^{i\frac{p_2-p_1}{2}L} - e^{-i\frac{p_2-p_1}{2}L} \right) \\ &= i \sin 2\theta e^{-iEt} e^{i\frac{p_1+p_2}{2}L} \sin\left(\frac{p_2-p_1}{2}L\right) \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine Oszillation:

$$\begin{aligned} P(1 \rightarrow 2') &= |\langle \nu_2' | \nu_1'(t, L)\rangle|^2 \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{p_2-p_1}{2}L\right) \end{aligned}$$

Nehmen wir weiterhin an, daß $E \gg m_i$ gilt. Dann wird

$$p_i = \sqrt{E^2 - m_i^2} = E - \frac{1}{2} \frac{m_i^2}{E} + \dots$$

und

$$P(1' \rightarrow 2') = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{L \cdot \Delta m^2}{4E}\right)$$

In "natürlichen" Einheiten :

$$\frac{L \cdot \Delta m^2}{4E} = \frac{L [\text{km}] \cdot \Delta m^2 [\text{eV}^2]}{E [\text{GeV}]} \cdot \frac{10^3 \text{ m} \cdot \text{eV}^2}{4 \cdot \text{GeV}}$$

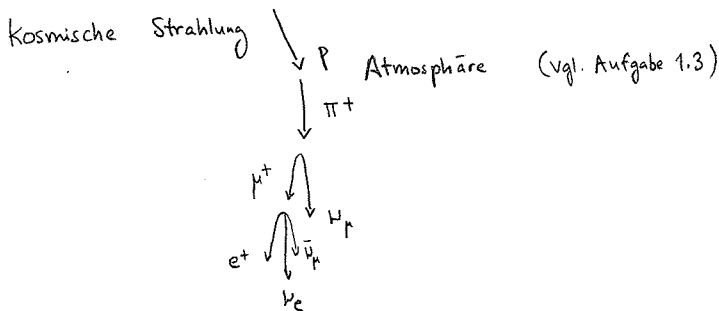
$$\frac{10^{18} \text{ fm GeV}}{4 \cdot 10^{18}} \approx 1.25$$

↑
5.5 : GeV · fm ≈ 5

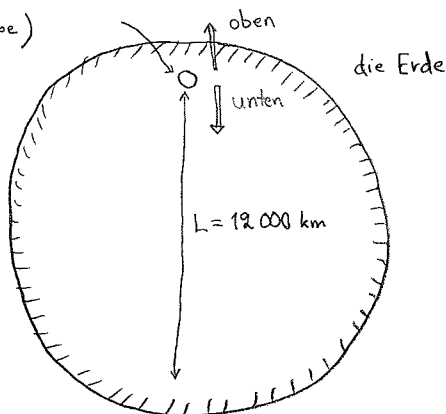
Eine Oszillation kann beobachtet werden, falls $\frac{L \cdot \Delta m^2}{4E} \sim 1$.

Für $E \sim \text{GeV}$ und $\Delta m \ll \text{eV}$ braucht man also große Abstände!

(i) "Atmosphärische Neutrinos"



Super-Kamiokande-Detektor
in Japan
(in einer Grube)



Atmosphärische Neutrinos werden auf allen Seiten der Erde erzeugt. Man findet aber :

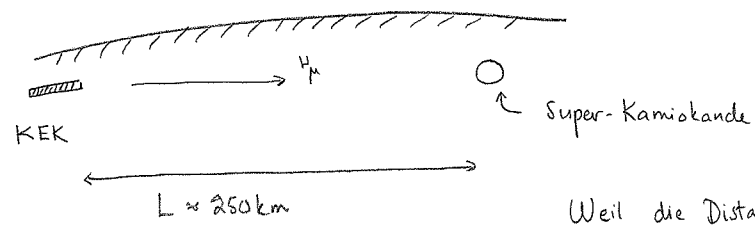
$$\frac{\text{Fluß von } \nu_\mu \text{ nach oben}}{\text{Fluß von } \nu_\mu \text{ nach unten}} = 0.54 \pm 0.04$$

$$[E = \text{einige GeV}; L = 12\,000 \text{ km}]$$

Dies wird als eine $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ - Oszillation interpretiert, mit

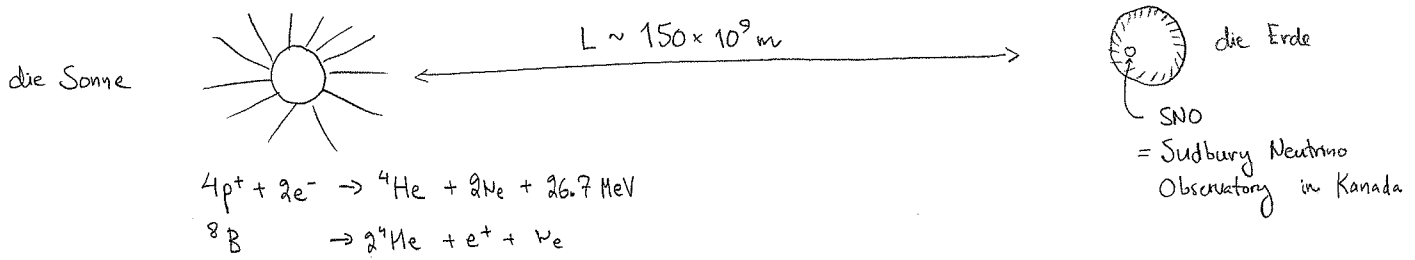
$$\begin{cases} |m_{\nu_\mu}^2 - m_{\nu_e}^2| \approx (2 \pm 1) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \sin^2 2\theta > 0.9 \end{cases}$$

(ii) Beschleuniger-Experimente



Weil die Distanz kleiner ist, verschwinden viel weniger als 50%, aber auf der anderen Seite kann man E besser kontrollieren. (Viele ähnliche Experimente werden gerade gebaut.)

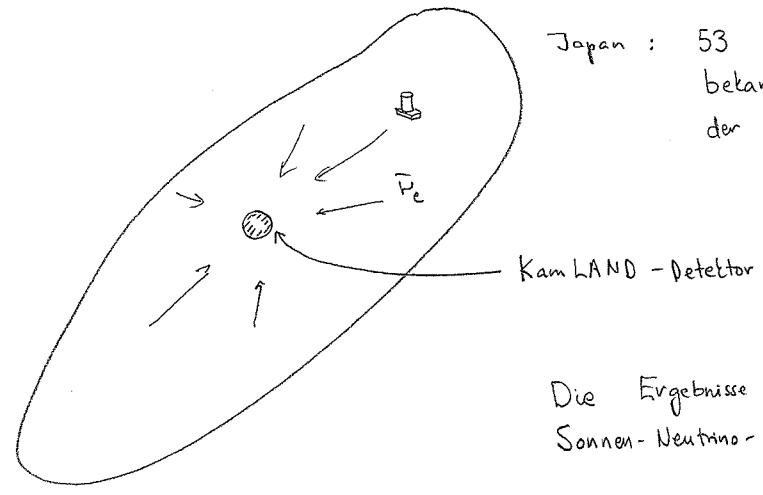
(iii) "Sonnen-Neutrinos"



$$\frac{\text{Fluß } (\nu_e)}{\text{Fluß } (\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau)} \approx 0.31 \pm 0.03, \text{ obwohl nur } \nu_e \text{ erzeugt werden!}$$

$$\Rightarrow |m_{\nu_e}^2 - m_{\nu_\mu}^2| \text{ oder } |m_{\nu_e}^2 - m_{\nu_\tau}^2| \approx (7 \pm 3) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

(iv) "Reaktor-Neutrinos"



Japan: 53 Kernkraftwerke, mit genau bekannten Leistungen. Ungefähr 20% der Energie "verschwindet" als $\bar{\nu}_e$!

Die Ergebnisse stimmen mit Sonnen-Neutrino-Daten überein.