8.5 Quark-Massen und CP-Verletzung

S. 84:
$$\delta\hat{\mathcal{L}} = -h_u\left[\hat{\bar{Q}}'_{1L}\,\hat{\tilde{\Phi}}\,\hat{u}''_R + \hat{\bar{u}}''_R\,\hat{\tilde{\Phi}}^+\,\hat{Q}'_{1L}\right]$$
$$-h_d\left[\hat{\bar{Q}}'_{1L}\,\hat{\Phi}\,\hat{d}''_R + \hat{\bar{d}}''_R\,\hat{\Phi}^+\,\hat{Q}'_{1L}\right] + \text{2. und 3. Generation}$$

$$\hat{\Phi} = \begin{pmatrix}\hat{\phi}^+\\ \hat{\phi}^0\end{pmatrix} \to \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ v\end{pmatrix}$$
$$\hat{\tilde{\Phi}} = \begin{pmatrix}\hat{\phi}^{0*}\\ -\hat{\phi}^{+*}\end{pmatrix} \to \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}v\\ 0\end{pmatrix}$$
$$\hat{Q}'_{1L} = \begin{pmatrix}\hat{u}_L\\ \hat{d}'_L\end{pmatrix}$$

Der quadratische Teil wird damit

$$\delta\hat{\mathcal{L}} = -\frac{h_u v}{\sqrt{2}}\left[\hat{\bar{u}}_L\,\hat{u}''_R + \hat{\bar{u}}''_R\,\hat{u}_L\right]$$
$$-\frac{h_d v}{\sqrt{2}}\left[\hat{\bar{d}}'_L\,\hat{d}''_R + \hat{\bar{d}}''_R\,\hat{d}'_L\right] + \text{2. und 3. Generation}$$

Und, weil $\hat{\bar{u}}_L\hat{u}''_R = \hat{\bar{u}}\,P_R P_R\,\hat{u}'' = \hat{\bar{u}}\,P_R\,\hat{u}''$ gilt,

$$\delta\hat{\mathcal{L}} = -\frac{h_u v}{\sqrt{2}}\left[\hat{\bar{u}}\,P_R\,\hat{u}'' + \hat{\bar{u}}''P_L\,\hat{u}\right]$$
$$-\frac{h_d v}{\sqrt{2}}\left[\hat{\bar{d}}'P_R\,\hat{d}'' + \hat{\bar{d}}''P_L\,\hat{d}'\right] + \text{2. und 3. Generation}.$$

Jetzt aber benutzen wir die Freiheit in $\hat{u}''$, $\hat{d}''$, und bestimmen, daß wir mit $\hat{u}, \hat{d}$ jeweils die "Masseigenzustände" meinen, das heißt, dieser Teil der Lagrange-Dichte sollte diagonalisiert sein!

$$* \quad \hat{u}'' \equiv \hat{u} \quad ; \quad \hat{\bar{u}}\left[P_R + P_L\right]\hat{u} = \hat{\bar{u}}\hat{u}$$

$$\Rightarrow \quad \delta\hat{\mathcal{L}} = -m_u\,\hat{\bar{u}}\hat{u} \quad , \quad m_u \equiv \frac{h_u v}{\sqrt{2}} \equiv \text{Masse des Up-Quarks.}$$

Für die d-Quarks ist es einigermaßen komplizierter, weil wir alle Generationen gleichzeitig betrachten müßen. Wir schreiben:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \equiv V \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad , \quad V \text{ unitär}$$

$$\begin{pmatrix} d'' \\ s'' \\ b'' \end{pmatrix} \equiv U \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad , \quad U \text{ unitär}$$

Diagonalisierung:

$$V^+ \begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b \end{pmatrix} U = \begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b \end{pmatrix} \quad \& \quad U^+ \begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b \end{pmatrix} V = \begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b \end{pmatrix}$$

Gleichzeitige Lösung:

$$V \text{ beliebig} \; , \quad U = \begin{pmatrix} h_d^{\,\prime} & & \\ & h_s^{\,\prime} & \\ & & h_b^{\,\prime} \end{pmatrix} V \begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b \end{pmatrix} .$$

Damit wird

$$\delta \hat{\mathcal{L}} = - m_d \hat{\bar{d}} \hat{d} - m_s \hat{\bar{s}} \hat{s} - m_b \hat{\bar{b}} \hat{b} \quad ; \quad m_d = \frac{h_d v}{\sqrt{2}} , \quad m_s = \frac{h_s v}{\sqrt{2}} , \quad m_b = \frac{h_b v}{\sqrt{2}} .$$

Die Matrix V ist eine Verallgemeinerung der Cabibbo-Matrix (S. 71), und als Cabibbo-Kobayaschi-Maskawa (CKM)-Matrix bekannt (1973).
Wir schreiben die Matrix als

$$V \equiv \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} .$$

Die Matrixelemente hier sind wieder neue Parameter des Standardmodelles!
[In der Natur ist V "fast diagonal", allerdings nicht exakt;

$$|V| \sim \begin{pmatrix} 0.97 & 0.22 & 0.004 \\ 0.22 & 0.97 & 0.04 \\ 0.01 & 0.04 & 0.999 \end{pmatrix} \quad]$$

Die CKM-Matrix hat viel zu tun mit einem wichtigen Phänomen, <u>CP-Verletzung</u>.
Worum geht's?

Aufgabe 9.4:

$$|K^0_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\,|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle\,\right] \quad ; \quad \hat{C}\hat{P}\,|K^0_S\rangle = +|K^0_S\rangle$$

$$|K^0_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\,|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\,\right] \quad ; \quad \hat{C}\hat{P}\,|K^0_L\rangle = -\,|K^0_L\rangle$$

S.68:

$$\hat{C}\hat{P}\;|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle = +|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle$$

$$\hat{C}\hat{P}\;|\pi^0\rangle|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle = -|\pi^0\rangle|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle$$

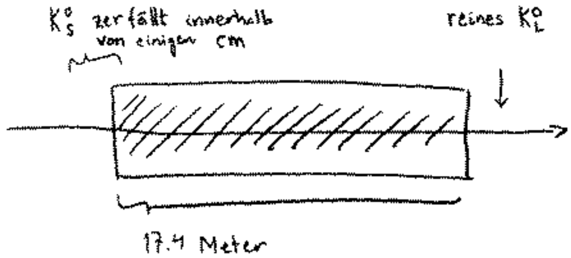
Das heißt,

$$K^0_S \to \pi^+\pi^- \quad ; \quad \tau \approx 0.9 \times 10^{-10}\,s \quad ; \quad c\tau = 2.7\,cm$$

$$K^0_L \to \pi^0\pi^+\pi^- \quad ; \quad \tau \approx 5.2 \times 10^{-8}\,s \quad ; \quad c\tau = 15.5\,m$$

Aber 1964 haben Cronin und Fitch ein erstaunliches Experiment durchgeführt:
(Nobel-Preis 1980)

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|K^0_S\rangle + |K^0_L\rangle\right]$$

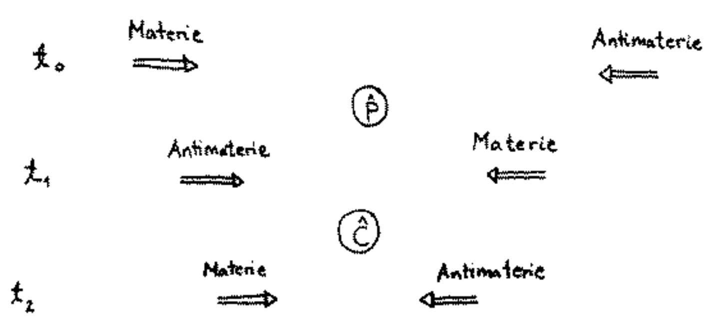


22700 Zerfälle – aber 45 $\pi^+\pi^-$ oder $\pi^0\pi^0$!!

erzeugt durch starke Wechselwirkungen als Eigenzustand der Seltsamkeit ($K^0\bar{K}^0$); zerfällt dann durch schwache Wechselwirkung.

Das heißt, CP wird verletzt!

<u>CP-Verletzung ist sehr wichtig, weil sie zu einem grundsätzlichen Unterschied zwischen Materie und Antimaterie führt!</u>



Wird CP verletzt, ist der Zustand am Zeitpunkt t_2 ungleich dem Zustand am Zeitpunkt t_0, und etwas kann nach Paarvernichtung übrig bleiben!
Vielleicht spielt dies eine Rolle in der Kosmologie!

Kann das Standardmodell CP-Verletzung beschreiben?

Ja!

(i) Die CKM-Matrix hat, im Allgemeinen, komplexe Matrixelemente. Die meisten von denen können zwar mit Phasendrehungen der Quarkfelder zu reellen Nummern redefiniert werden, aber, für drei Generationen, eine Phase bleibt da!

So eine Phase führt zur CP-Verletzung, und damit könnte das Standardmodell die CP-Verletzung erklären.

(ii) Eigentlich waren wir auf S. 93 ein bißchen schlampig: die Parameter h_u, h_d könnten auch komplex sein. Im Prinzip können die Phasen wieder weg redefiniert werden (vgl. Übungen), diese Drehungen führen aber in der Quantenfeldtheorie zu unerwarteten Problemen: "Anomalien", und indirekt auch etwas was wir das "starke CP-Verletzung" nennen. Hier wäre also im Prinzip eine zweite Möglichkeit für CP-Verletzung.

— o —