8.2 Die Lagrange-Dichte des Standardmodelles

Jetzt sind wir in der Lage, die ganze Dynamik des Standardmodelles zu spezifizieren. Die Bausteine:

(i) Eichinvarianz: $U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_C$

- $SU(3)_C$: Starke Wechselwirkungen / Farbe
- $SU(2)_L$: (linkshändige) schwache Wechselwirkungen / $W^\pm, Z^0$
- $U(1)_Y$: "Hyperladung" — führt zu elektromagnetischen Wechselwirkungen / das Photon γ

(ii) Renormierbarkeit: erlaubt sind lorentzinvariante Vertizes mit drei Bosonen + Fermionen oder vier Bosonen.

(iii) Materie-Teilchen:

$$L_{1L} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \qquad L_{2L} = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \qquad L_{3L} = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$$

$$e_R \qquad \mu_R \qquad \tau_R$$

$$Q'_{1L} = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \qquad Q'_{2L} = \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \qquad Q'_{3L} = \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

$$u_R \qquad c_R \qquad t_R$$
$$d_R \qquad s_R \qquad b_R$$

Und das Skalarfeld ≡ Higgs-Feld Φ.

(iv) Die Quantenzahlen der verschiedenen Teilchen; das heißt, ob und mit welcher Ladung (Q_i) sie unter den Eichsymmetrien transformiert werden sollen.

(v) Es gilt jetzt, die <u>allgemeinste mögliche Lagrange-Dichte</u> mit diesen Prinzipen zu konstruieren! Damit werden noch viele freie Parameter eingeführt, als Kopplungskonstanten.

Bemerkungen:

* An dieser Stelle sind die Prinzipe sehr einfach. Das ist die Schönheit der Elementarteilchenphysik.
* Allerdings ist das Modell selbst nicht zu einfach. Es gibt viele Teilchen und Parameter.
* Wir können fragen: Warum genau diese Eichsymmetrie? (i)
  Warum genau diese Quantenzahlen? (ii)
  Woher kommen die Werte der Parameter? (iii)
* Um "theoretisch" diese Fragen zu beantworten, ist die Aufgabe der "Physik jenseits des Standardmodelles".

  Experimentell sind aber die Quantenzahlen und Parameter bekannt (mit jeweils kleinen oder großen statistischen Fehlern).

Betrachten wir jetzt genauer einige Teile der Lagrange-Dichte:

(1) Wechselwirkungen zwischen $W^\pm, Z^0, \gamma$ und dem Higgs-Boson

$\Rightarrow$ Massen für $W^\pm, Z^0$.

(2) Die Dynamik des Higgs-Bosons

$\Rightarrow$ Was tut es; warum hat man es noch nicht gesehen?

(3) Wechselwirkungen zwischen Quarks und dem Higgs-Boson

$\Rightarrow$ Massen für Quarks; CP-Verletzung.

[Die Wechselwirkungen zwischen $W^\pm, Z^0, \gamma$ und Quarks haben wir schon früher betrachtet. Gluonen, auf der anderen Seite, haben keine Wechselwirkungen mit dem Higgs-Boson.]

(1) Wechselwirkungen zwischen $W^\pm, Z^0, \gamma$ und dem Higgs-Boson

* Quantenzahlen des Higgs-Bosons:

- neutral unter $SU(3)_C$
- transformiert unter $SU(2)_L$ $\Rightarrow$ $\hat{\Phi} = \begin{pmatrix} \hat{\phi}^+ \\ \hat{\phi}^0 \end{pmatrix}$
- transformiert unter $U(1)_Y$, mit Ladung $-\frac{1}{2}$.

* Wir werden in Aufgabe 11.3 sehen, daß die allgemeine eichinvariante Form gleich $\sim \left[(\partial_\mu - ie\hat{A}_\mu)\hat{\phi}\right]^\dagger \left[(\partial^\mu - ie\hat{A}^\mu)\hat{\phi}\right]$ ist.

$$\Rightarrow \qquad \delta\hat{\mathcal{L}} = \left[D_\mu \hat{\Phi}\right]^\dagger \left[D^\mu \hat{\Phi}\right] ,$$

wo jetzt

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_w T^a \hat{A}^a_\mu + \frac{1}{2} i g_Y \hat{B}_\mu$$

schwache Kopplungskonstante (5.75)

2×2-Matrizen; $T^a \equiv \frac{\tau^a}{2}$ (5.15)

drei $SU(2)$-Felder; $a = 1,2,3$
$\Rightarrow W^\pm, Z^0$

Hyperladung-Feld; die Beziehung zum Photon kommt gleich

Hyperladung-Kopplung; die Beziehung zu "e" kommt gleich

(Hyper) Ladung $= -\frac{1}{2}$

Wir werden die Konsequenzen dieser Struktur später betrachten.

(Abschnitt 8.3)

(2) Die Dynamik des Higgs-Bosons

Die Terme, die nur das Higgs-Boson enthalten, werden als das "Potential" bezeichnet:

$$\delta\hat{\mathcal{L}} \equiv -V(\hat{\Phi}).$$

Es gibt nur zwei eichinvariante Möglichkeiten:

$$V(\hat{\Phi}) \equiv \mu^2\, \hat{\Phi}^+\hat{\Phi} + \lambda\, (\hat{\Phi}^+\hat{\Phi})^2 ,$$

wobei μ^2, λ freie Parameter sind. Mehr darüber im Abschnitt 8.4.

(3) Wechselwirkungen zwischen Quarks und dem Higgs-Boson

Es zeigt sich, daß wir jetzt zwei Objekte brauchen: (vgl. Übungen)

$$\hat{\Phi} \equiv \begin{pmatrix} \hat{\phi}^+ \\ \hat{\phi}^0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{\tilde{\Phi}} \equiv \begin{pmatrix} \hat{\phi}^{0*} \\ -\hat{\phi}^{+*} \end{pmatrix} .$$

Die Möglichkeiten: (vgl. Übungen)

$$\begin{aligned} \delta\hat{\mathcal{L}} = & -h_u \left[\hat{\bar{Q}}'_{1L}\, \hat{\tilde{\Phi}}\, \hat{u}_R + \hat{\bar{u}}_R\, \hat{\tilde{\Phi}}^+\, \hat{Q}'_{1L} \right] \\ & -h_d \left[\hat{\bar{Q}}'_{1L}\, \hat{\Phi}\, \hat{d}_R + \hat{\bar{d}}_R\, \hat{\Phi}^+\, \hat{Q}'_{1L} \right] + \text{2. und 3. Generation} \end{aligned}$$

Es gibt allerdings wieder keinen Grund, genau $\hat{u}_R$ / $\hat{d}_R$ zu der ersten Generation zuzuordnen, sondern wir sollten sie mit $\hat{u}''_R$ und $\hat{d}''_R$ ersetzen, die Linearkombinationen von allen Quarks mit den gleichen Quantenzahlen sind. Wir kehren später zurück zu dieser Sache.

Die Wechselwirkungen zwischen Quarks und dem Higgs-Boson werden Yukawa-Wechselwirkungen genannt. Mehr darüber im Abschnitt 8.5.

— · —