5. Quantenelektrodynamik (QED) [Feynman, Schwinger, Tomonaga, Dyson 1946-51]

Die QED ist wohl die am genauesten verifizierte Theorie der Physik. Das magnetische Moment des Elektrons, z.B., kann sowohl experimentell gemessen als auch theoretisch berechnet werden:

$$\frac{\mu_e}{\mu_B} = 1.00115965 2187\,(4) \qquad (\text{exp})$$

"das Bohrsche Magneton" — die Unsicherheit der letzten Ziffer

$$= 1.00115965 2201\,(27) \qquad (\text{th})$$

Alles womit wir uns im "täglichen Leben" beschäftigen, z.B. die ganze Chemie, folgt auch letztendlich von der QED.

Und nun, was ist die QED? Alles ist enthalten in:

$$\boxed{\hat{\mathcal{L}}_I = e\,\hat{\bar{\Psi}}\,\gamma^\mu \hat{A}_\mu\,\hat{\Psi}}$$

Hier: $e =$ Elementarladung

$$\alpha_{EM} = \text{Feinstrukturkonstante} \overset{\text{unsere Einheiten}}{=} \frac{e^2}{4\pi} \overset{\text{SI-Einheiten}}{=} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}$$

$$\approx \frac{1}{137.035998} \qquad [\text{für kleine Energien} \ldots]$$

Vertex:

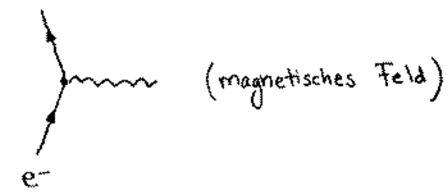
$$\Rightarrow \quad \boxed{\delta\mathcal{M} = ie\gamma^\mu}$$

5.1 Grundlegende Prozesse

Jetzt können wir die Feynman-Diagramme für verschiedene wichtige Prozesse zeichnen.

(i) Prozess erster Ordnung

- Magnetisches Moment des Elektrons, $\frac{\mu_e}{\mu_B} = 1$.

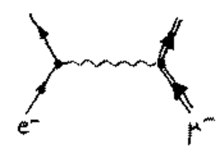


(ii) Prozesse zweiter Ordnung

Elastisch

- Elektron-Myon-Streuung,

  $e^- + \mu^- \to e^- + \mu^-$

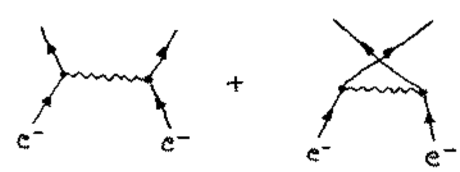


  Für $m_\mu \to \infty$ wird dies "Mott-Streuung" genannt, für $v_e \to 0$ "Rutherford-Streuung" (d.h. $e^- + p^+ \to e^- + p^+$); in diesem Fall spielt die Ladung keine Rolle.

- Elektron-Elektron-Streuung,

  $e^- + e^- \to e^- + e^-$

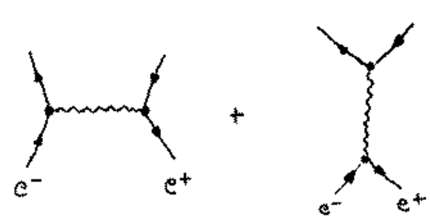
  Auch bekannt als "Møller-Streuung".



- Elektron-Positron-Streuung,

  $e^- + e^+ \to e^- + e^+$

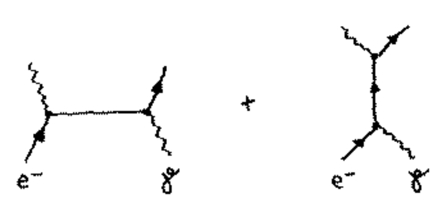
  Auch bekannt als "Bhabha-Streuung".



- Elektron-Photon-Streuung,

  $e^- + \gamma \to e^- + \gamma$

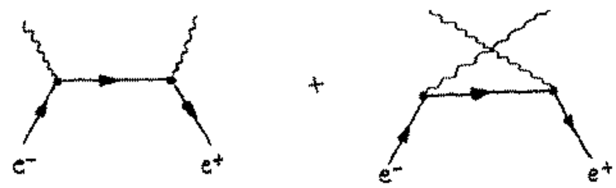
  Auch bekannt als "Compton-Streuung"



Inelastisch

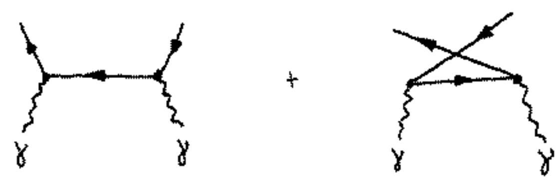
- Paarvernichtung,

  $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$

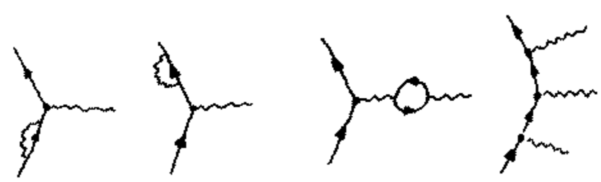


- Paarerzeugung,

  $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$



(iii) Wichtigste Prozesse dritter Ordnung



- "Strahlungskorrekturen" zum magnetischen Moment des Elektrons, oder "anomales magnetisches Moment" des Elektrons

(Wie groß könnten solche Korrekturen sein?

* Zwei neue Vertizes $\Rightarrow$ e^2

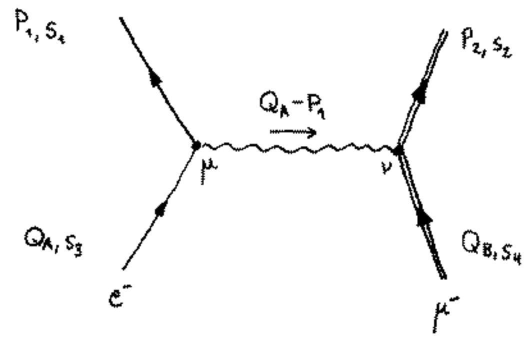
* jede neue Schleifen-Ordnung bringt $\frac{1}{(4\pi)^2}$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{4} \cdot \frac{e^2}{4\pi^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha_{EM}}{\pi}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{137} \sim \frac{1}{1700} \ ?$$

Die richtige Antwort ist $\frac{\alpha_{EM}}{2\pi} = 0.0011614$!

(Vgl. $\frac{\mu_e}{\mu_B}(\exp) = 1.001159652\ldots$)

Bestimmen wir die Amplitude für Elektron-Myon-Streuung.



Wir bewegen uns entlang jeder Fermion-Linie "rückwärts":

$$\mathcal{M} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{auslaufendes} \\ \text{Elektron} \\ (\text{S.45})}}{\bar{u}(\bar{p}_1, s_1)} \; \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Vertex} \\ \\ (\text{S.49})}}{ie\gamma^\mu} \; \underset{\substack{\uparrow \\ \text{einlaufendes} \\ \text{Elektron} \\ (\text{S.45})}}{u(\bar{q}_A, s_3)} \times \bar{u}(\bar{p}_2, s_2)\, ie\gamma^\nu\, u(\bar{q}_B, s_4)$$

$$\times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Photon-Propagator} \\ (\text{S.47})}}{\frac{(-i\eta_{\mu\nu})}{(Q_A - P_1)^2}} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Gesamtphase} \\ (\text{S.47})}}{(+i)}$$

$$= -\frac{e^2}{(Q_A - P_1)^2}\; \bar{u}(\bar{p}_1, s_1)\gamma^\mu u(\bar{q}_A, s_3) \times \bar{u}(\bar{p}_2, s_2)\gamma_\mu u(\bar{q}_B, s_4)$$

Dies ist eine reine Zahl für gegebene $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{q}_A, \bar{q}_B, s_1, s_2, s_3, s_4$;
Zum nächsten Mal werden wir $|\mathcal{M}|^2$ auswerten.

Wenn es mehrere Diagramme gleicher Ordnung gibt, müßen diese addiert / subtrahiert werden [Regel ⑥ auf S.47].
In einem solchen Fall erhalten wir

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_1 \pm \mathcal{M}_2|^2 = (\mathcal{M}_1 \pm \mathcal{M}_2)(\mathcal{M}_1^* \pm \mathcal{M}_2^*)$$

$$= |\mathcal{M}_1|^2 + |\mathcal{M}_2|^2 \pm (\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2^* + \mathcal{M}_2\mathcal{M}_1^*),$$

wo der letzte Teil quantenmechanische Interferenz repräsentiert.