4. Streuung

4.1 Grundbegriffe

- elastische Streuung : $1+2 \rightarrow 1+2$
- inelastische Streuung : $1+2 \rightarrow 1+2+3 \ldots$

  oder

  $1+2 \rightarrow 3+4$
- ein exklusiver Prozeß : alle Endprodukte werden untersucht.
- ein inklusiver Prozeß : nur ein Teil der Endprodukte werden identifiziert, z. B.

  $1+2 \rightarrow 3 +$ was nun immer.
- Wirkungsquerschnitt σ :

  * klassisch : die Größe des Ziels, als sie vom einlaufenden Teilchen gesehen wird.

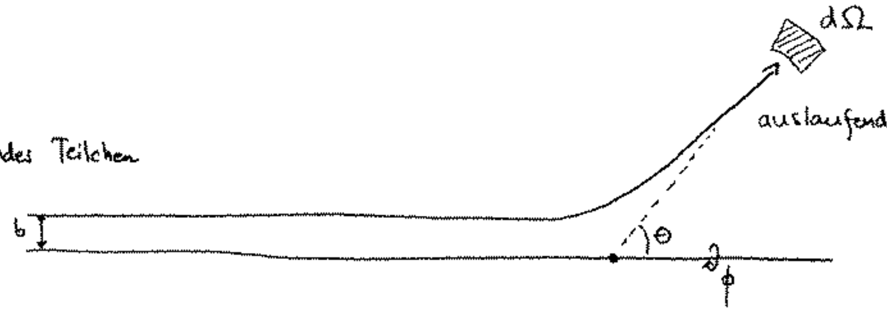
  

  σ

  * quantenmechanisch : etwas Ähnliches, aber kann von der Geschwindigkeit (= der Energie) des einlaufenden Teilchens dramatisch abhängen. Mit einer "Resonanzenergie" sieht das Ziel besonders groß aus! Eine genaue Definition folgt in kurzer Zeit.
- Stoßparameter b: der Abstand, bei dem das einlaufende Teilchen das Streuzentrum verfehlt hätte, wenn es auf seiner ursprünglichen Bahn weitergeflogen wäre (klassisch!).
- Streuwinkel Θ : die Ablenkung von der ursprünglichen Bewegungsrichtung.
- "barn" (~ eine Scheune!) : oft benutzte Einheit für σ:

  $$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{cm}^2 = (10 \text{ fm})^2$$

Klassisch:



$$d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\phi = \text{Raumwinkel}$$

$$\int d\Omega \equiv \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi$$

Führen wir jetzt den <u>differentiellen Streuquerschnitt</u> $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ein, durch die folgende Beziehung:

$$\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt} \equiv L_{ein} \frac{d\sigma}{d\Omega} \qquad \text{wo}$$

$\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt}$ = Teilchen pro Zeiteinheit $\left(\frac{dN_{aus}}{dt}\right)$ pro Raumwinkel $\left(\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt}\right)$ beobachtet in Richtung $\Omega = (\theta, \phi)$.

$$\left[\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt}\right] = \frac{1}{s}$$

L_{ein} = Luminosität = $\frac{d^2N_{ein}}{dA\, dt}$ = Zahl einlaufender Teilchen pro Zeiteinheit $\left(\frac{dN_{ein}}{dt}\right)$ pro Flächeneinheit $\left(\frac{d^2N_{ein}}{dA\, dt}\right)$.

$$[L_{ein}] = \frac{1}{m^2 s}$$

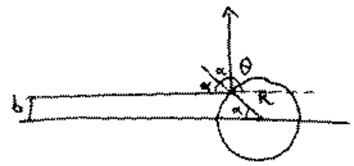
$$\Rightarrow \left[\frac{d\sigma}{d\Omega}\right] = m^2 = [\text{Fläche}] .$$

"Die Ereignisrate ist Wirkungsquerschnitt mal Luminosität."

Der totale Wirkunsquerschnitt ist das Integral über allen Raumwinkeln:

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta\, \sin\theta\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)$$

<u>Beispiel</u>: Klassische Streuung an einer harten Kugel:



Nun sind b und Θ miteinander verbunden:

$$b = R \sin\alpha$$

$$2\alpha + \Theta = \pi$$

$$\Rightarrow b = R \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\Theta}{2}\right) = R \cos\frac{\Theta}{2} .$$

Vermuten wir eine Luminosität $L_{ein} = \frac{N_{ein}}{V} \cdot v_{ein}$ ← Geschwindigkeit.

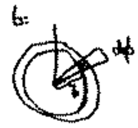
Wieviele Teilchen werden zwischen Streuwinkeln Θ und $\Theta + d\Theta$ beobachtet? Diejenigen, die einen Stoßparameter zwischen b und $b+db$ haben, wo

$$db = d\left(R\cos\frac{\Theta}{2}\right) = -\frac{R}{2}\sin\frac{\Theta}{2}\, d\Theta .$$

Die Geschwindigkeit bleibt unverändert.

$$\Rightarrow \frac{d^2 N_{aus}}{d\Omega\, dt} = \frac{1}{\sin\Theta\, d\Theta\, d\phi} \cdot v_{ein} \cdot \frac{N_{ein}}{V} \cdot |b\, db\, d\phi|$$

← Flächenelement um b:



$$= L_{ein} \cdot \frac{\overbrace{R\cos\frac{\Theta}{2}}^{b} \cdot \overbrace{\frac{R}{2}\sin\frac{\Theta}{2} \cdot d\Theta}^{|db|}}{\sin\Theta\, d\Theta}$$

$$= L_{ein} \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \frac{2\sin\frac{\Theta}{2}\cos\frac{\Theta}{2}}{\sin\Theta} = L_{ein} \cdot \frac{R^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$$

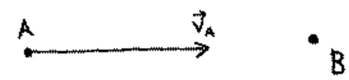
$$\Rightarrow \sigma = \int_0^{\pi} d\Theta \sin\Theta \int_0^{2\pi} d\phi\, \frac{R^2}{4} = 4\pi \cdot \frac{R^2}{4} = \underline{\underline{\pi R^2}} \; !$$

Genau die klassische Querschnittsfläche.

— o —

Was ist die Luminosität in Teilchenstößen?

Betrachten wir die Streuung $A+B \to$ was nun immer. Wenn das Teilchen B eine nichtverschwindende Masse hat, können wir ein Koordinatensystem wählen, in dem das Teilchen B ruht:



Stellen wir uns vor, daß wir eine Normierung gewählt haben, wobei im ganzen Volumen V nur ein einziges A und ein einziges B sich befinden: $\langle A|A\rangle = \langle B|B\rangle = 1$.

Was ist dann die Luminosität diejeniger ebenen Welle, die das einlaufende Teilchen A repräsentiert?

Die Antwort, wie schon auf Seite 35:

$$L_{ein} = \underbrace{\frac{1}{V}}_{\text{"durchschnittliche Teilchendichte"}} \cdot \underbrace{|\vec{v}_A|}_{\text{Geschwindigkeit}}$$

Wir werden diese Formel bald brauchen!