

Aufgabe 1: Die u - und d -Quarks haben (insofern elektromagnetische Phänomene vernachlässigt werden können) fast dieselben Eigenschaften. Diese Tatsache führt zu einer (näherungsweise) $SU(2)$ Invarianz, die als Isospin-Symmetrie bezeichnet wird. Wir können u und d als die Zustände $|1/2, 1/2\rangle, |1/2, -1/2\rangle$ identifizieren und die Antiquarks \bar{u}, \bar{d} als $-|1/2, -1/2\rangle, |1/2, 1/2\rangle$. Die Pionen bestehen aus je einem Quark sowie Antiquark und besitzen die Isospinidentifikationen $\pi^+ = |1, 1\rangle, \pi^0 = |1, 0\rangle, \pi^- = |1, -1\rangle$.

- (a) Schreiben Sie π^+, π^0, π^- als Linearkombinationen von $u\bar{u}, u\bar{d}, d\bar{u}, d\bar{d}$.
- (b) Welchen Isospinwert hat der Zustand $(u\bar{u} + d\bar{d})$?

Aufgabe 2: Betrachten Sie nun Zustände mit zwei Pionen, d.h. $|\pi^+\pi^-\rangle, |\pi^-\pi^+\rangle, |\pi^0\pi^0\rangle, |\pi^+\pi^0\rangle, |\pi^0\pi^+\rangle$.

- (a) Schreiben Sie diese Zustände als Linearkombinationen der Zustände $|2, m\rangle, |1, m\rangle$ und $|0, 0\rangle$. [Sie können die Tabelle der Clebsch-Gordan-Koeffizienten verwenden.]
- (b) Symmetrisieren Sie nun die Zustände durch $|\pi^a\pi^b\rangle \rightarrow |\pi^a\pi^b\rangle_s \equiv \frac{1}{2} (|\pi^a\pi^b\rangle + |\pi^b\pi^a\rangle)$ [s-Welle]. Wie lauten die symmetrisierten Zustände?

Aufgabe 3: Kaonen [$K^+ = u\bar{s}, K^0 = d\bar{s}, \bar{K}^0 = s\bar{d}, K^- = s\bar{u}$] haben den Isospinwert $I = 1/2$. Betrachten wir Amplituden für Kaonzerfälle, d.h.

$${}_s\langle\pi\pi|\hat{H}_I|K\rangle.$$

Unter welchen Isospindarstellungen sollte \hat{H}_I transformieren, um nichtverschwindene Amplituden zu erzeugen?

Aufgabe 4: Betrachten wir nun einen Operator, der aus drei u - und/oder d -Quarkfeldern besteht. Damit transformiert dieser unter $\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} \otimes \mathbf{2}$ der $SU(2)$. Wie lautet hier die Ausreduktion? Können solche Operatoren die Rolle von \hat{H}_I in Aufgabe 3 übernehmen? [Das s - bzw. \bar{s} -Quarkfeld könnte eventuell als ein viertes Feld in \hat{H}_I auftauchen.]