

Aufgabe 1: Betrachten Sie die $SU(2)$.

- (a) Wie lautet das fundamentale Gewicht?
- (b) Was ist das Verhältnis von q^1 und dem Spin s ?
- (c) Überzeugen Sie sich davon, daß es Darstellungen mit jeder Dimension $d = 1, 2, \dots$ gibt und zwar jeweils eine Darstellung pro gegebener Dimension d .

Aufgabe 2: Betrachten Sie die Darstellungen (q^1, q^2) der $SU(3)$. Die Dimensionen dieser sind

$$d(q^1, q^2) = \frac{(q^1 + 1)(q^2 + 1)(q^1 + q^2 + 2)}{2}$$

- (a) Gibt es Darstellungen mit jeder Dimension $d = 1, 2, \dots$?
- (b) Existieren unabhängige Darstellungen mit derselben Dimension?

Aufgabe 3: Konstruieren Sie für die Darstellung $(3, 0)$ der $SU(3)$ das Gewichtsdiagramm in der w_1, w_2 -Ebene. [Dieses Diagramm ist in der Physik sehr berühmt, weil es Gell-Mann zu der Vorhersage geführt hat, daß ein bis zu jenem Zeitpunkt nicht beobachtetes Baryon Ω^- existieren muß, welches kurz danach entdeckt wurde. Gell-Mann wurde 1969 dafür mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet.]

Aufgabe 4: Betrachten wir die komplex konjugierte Darstellung $\mathbf{3}^*$ der $SU(3)$ mit den Generatoren $-(T^a)^*$.

- (a) Weisen Sie nach, daß die Gewichte von $\mathbf{3}^*$ ein entgegengesetztes Vorzeichen bzgl. der Gewichte von $\mathbf{3}$ haben. Zeichnen Sie das Gewichtsdiagramm für $\mathbf{3}^*$.
- (b) Zeigen Sie, daß $\mathbf{3}^* = (0, 1)$ gilt.
- (c) Überzeugen Sie sich davon, daß im allgemeinen gilt:

$$(q^1, q^2)^* = (q^2, q^1).$$

[Darstellungen der Form (n, n) sind damit invariant bezüglich $w^k \rightarrow -w^k$ und werden „reelle Darstellungen“ genannt.]