

**Aufgabe 1: Retardierte Greensche Funktion.**

Betrachtet wird die formale Struktur

$$\hat{G}_0(t; t_0) := \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dE}{2\pi\hbar} \frac{e^{-\frac{iE(t-t_0)}{\hbar}}}{E - \hat{H}_0 + i0^+},$$

wobei  $\hat{H}_0$  ein hermitescher Operator ist, d.h. reelle Eigenwerte hat. Es ist leicht sich davon zu überzeugen, dass wenn  $\hat{G}$  auf einen Eigenzustand von  $\hat{H}_0$  operiert, dann kann  $\hat{H}_0$  durch den entsprechenden Eigenwert ersetzt werden;  $\hat{G}_0$  wird also am besten in der Basis der Eigenzuständen von  $\hat{H}_0$  dargestellt.

- (a) Zeigen Sie, dass  $\hat{G}_0$  der folgenden Gleichung genügt:

$$(i\hbar\partial_t - \hat{H}_0)\hat{G}_0(t; t_0) = \hat{1} \delta(t - t_0).$$

- (b) Zeigen Sie, dass  $\hat{G}_0$  ein „retardierter“ Operator ist; d.h., dass  $\hat{G}_0$  für  $t < t_0$  ein Nulloperator ist, während  $\hat{G}_0$  für  $t \geq t_0$  eine nichttriviale Wirkung haben kann.
- (c) Führen Sie im Falle  $t > t_0$  die Integration durch, und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem bekannten Ausdruck des Zeitentwicklungsoperators.

**Aufgabe 2: Streuung an einer homogenen Kugel in der Bornschen Näherung.**

- (a) Berechnen Sie den differentiellen und den totalen Streuquerschnitt in der Bornschen Näherung für das Potential  $V(\vec{x}) = V_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$ .
- (b) Das Ergebnis ist invariant in  $V_0 \rightarrow -V_0$ , d.h. unabhängig davon ob das Potential anziehend oder abstoßend ist. Ist dieses Verhalten physikalisch sinnvoll? Könnten Korrekturen höherer Ordnungen diese Symmetrie verletzen?
- (c) Im klassischen Limes würde man ein Verhalten  $\sigma \sim \pi R^2$  erwarten. Wie klein soll  $|V_0|$  bleiben, um diese Grenze durch die Bornsche Näherung nicht zu verletzen? Können Sie der Antwort eine physikalische Interpretation geben? [Hinweis: Wenn ein gebundener Zustand innerhalb des Radius  $R$  entsteht, dann ist laut Unschärferelation  $\Delta p \sim \hbar/R$ , und die entsprechende kinetische Energie beträgt  $\sim (\Delta p)^2/2m$ .]

**Aufgabe 3: Streuung an einem elektrischen Dipol in der Bornschen Näherung.**

Ein geladenes Teilchen streut an einem elektrischen Dipol, welches durch das Potential

$$V(\vec{x}) = Ze^2 \left( \frac{1}{|\vec{x} + \vec{a}/2|} - \frac{1}{|\vec{x} - \vec{a}/2|} \right)$$

dargestellt werden kann.

- (a) Bestimmen Sie  $d\sigma_{fi}/d\Omega_f$  in der Bornschen Näherung.
- (b) Skizzieren Sie  $d\sigma_{fi}/d\Omega_f$  als Funktion des Streuwinkels für die Fälle  $\vec{k}_i \parallel \vec{a}$  und  $\vec{k}_i \perp \vec{a}$ .
- (c) Ist  $\sigma_{fi} = \int d\Omega_f \frac{d\sigma_{fi}}{d\Omega_f}$  endlich? (Sie brauchen keinen expliziten Ausdruck zu ermitteln.)