

Aufgabe 1:

- (a) Ermitteln Sie eine Laurent-Reihe von $\frac{1}{z-2}$ mit dem Konvergenzkreis $|z| < 2$ (2 Punkte).
- (b) Ermitteln Sie eine Laurent-Reihe von $\frac{1}{z-2}$ die für $|z| > 2$ konvergiert (2 Punkte).
- (c) Ermitteln Sie eine Laurent-Reihe von $\frac{1}{(z-2)(z-3)}$ mit dem Konvergenzkreisring $2 < |z| < 3$ (2 Punkte).

Aufgabe 2: Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes das Integral

$$\oint_{\partial\Delta} \frac{dz e^{-z}}{z^3 + 2z^2 - 3z - 10} ,$$

wobei Δ das Dreieck mit den Ecken $+i$, $-i$ und 3 ist, und $\partial\Delta$ seinen Rand bezeichnet. Der Rand soll gegen den Uhrzeigersinn umlaufen werden (6 Punkte).
 [Hinweis: Eine der Nennernullstellen liegt bei $z = 2$.]

Aufgabe 3: Berechnen Sie das folgende Integral als Integral auf dem Einheitskreis in der komplexen Ebene (6 Punkte):

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{a + \sin t} .$$

[Hinweis: Benutzen Sie $z = e^{it}$ als Integrationsvariable.]

Aufgabe 4: Zeigen Sie, das Folgendes gilt (6 Punkte):

$$\left| \int_{\gamma} dz f(z) \right| \leq |f|_{\max} L ,$$

wobei $|f|_{\max}$ den maximalen Betrag von $f(z)$ längs γ bezeichnet, und L die Gesamtlänge der Kontur ist. [Hinweis: Bedienen Sie sich der Dreiecksungleichung.]

Um Punkte aus Übungen 10-13 zu erhalten, muß die Bearbeitung am Montag von 9 – 12 Uhr im zugehörigen Kasten im Raum E6-102 abgegeben werden. Bei 50% der Punkte erhält man die 2 zusätzlichen Leistungspunkte der MMP I, mit der Note der Klausur. Bei mehr als 50% der Punkte kann die Klausurnote sogar erhöht werden (auf noch zu bestimmender Weise).