Übungen zu EMTP III / MMP I	**Blatt Nr. 09**	13.12.2011

[Diskutiert in den Tutorien am 20./21.12.2011.]

Aufgabe 1:

(a) Ermitteln Sie alle Lösungen der Gleichungen

$$z^5 = 1 \,, \quad z^4 = -1 \,, \quad z^3 = -i \,.$$

(b) Trigonometrische Funktionen mit komplexen Argumenten können mittels der Exponentialfunktion definiert werden, z.B. $\cosh z = \frac{e^z+e^{-z}}{2}$, $\sin z = \frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i}$, usw. Ermitteln Sie alle Nullstellen von $\cosh z$ und $\sin z$.

Aufgabe 2:

(a) Aus einer analytischen Funktion $w(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ sei bekannt, dass $v(x,y) = e^{-y}\sin x$ gilt. Bestimmen Sie $w(z)$.

(b) Verifizieren Sie, dass die gefundene Lösung die folgenden Gleichungen erfüllt:

$$\nabla^2 u = \nabla^2 v = 0 \,, \quad \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} = 0 \,.$$

(c) Zeigen Sie, dass diese Gleichungen sogar bei allen analytischen Funktionen gelten.

Aufgabe 3:

(a) Betrachtet wird die Funktion e^z. Skizzieren Sie das Bild der Kurve $z(t) = 2\pi(1+i)t$, $t \in [0,1]$, in der Abbildung $z \mapsto e^z$.

(b) Welche Form haben Funktionen, die einer Drehung um einen beliebigen Punkt z_0 in der komplexen Ebene entsprechen?

(c) Beantworten Sie die Frage (b) auch für Spiegelungen an einer Geraden, die durch z_0 mit dem Gradienten $v \in \mathbb{C}$ läuft.

Aufgabe 4: Gegeben sei die Funktion

$$f(z) = a\big[\ln(z+b) - \ln(z-b)\big] \,, \quad a,b \in \mathbb{R} \,.$$

(a) Auf welchen Kurven ist der Realteil bzw. der Imaginärteil der Funktion konstant?

(b) Unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven von konstantem Real- und Imaginärteil?

Die erste Klausur findet am Samstag den 07.01.2012 um 9:15 – 11:45 Uhr im H4 statt. Um rechtzeitig anfangen zu können ist es empfehlenswert schon 15-20 Minuten vor dem Start dabei zu sein. Klausurstoff sind Übungsblätter 1-9 sowie Vorlesungen bis inklusive 22.12.2011.