

[Abgabe **02.06.2009** in der Vorlesung, Tutorien 04.-05.06.2009]

Aufgabe A: Lorentz-Transformation der elektromagnetischen Felder. Ein unendlich langer gerader Draht mit vernachlässigbarem Durchmesser sei bezüglich des Inertialsystems Σ' in Ruhe und trage die Ladung/Länge q_0 . Dieses System bewege sich relativ zum Laborsystem Σ mit der zum Draht parallelen Geschwindigkeit \vec{v} .

- Wie lauten die Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes in Zylinderkoordinaten bezüglich Σ' ?
- Führen Sie eine Lorentz-Transformation durch, um daraus die Felder im Laborsystem zu berechnen.
- Wie lauten Ladungs- und Stromdichte des Drahtes in den beiden Bezugssystemen?
- Benutzen Sie Ladungs- und Stromdichten im Laborsystem um daraus direkt die Felder im Laborsystem zu berechnen. Erhalten Sie das Gleiche wie in (b)?

Hinweis: Ein Lorentz-Boost $u^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu u^{\nu'}$ in x -Richtung mit Geschwindigkeit $\vec{v} = v\vec{e}_x$ hat die Form

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } \beta := \frac{v}{c} \text{ und } \gamma := \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Aufgabe V1: Drehimpuls. Betrachten Sie den Tensor

$$M^{\mu\nu\rho} := T^{\mu\nu}x^\rho - T^{\mu\rho}x^\nu$$

wobei $T^{\mu\nu}(x)$ ein divergenzfreier symmetrischer Energieimpulstensor ist.

- Zeigen Sie, dass er der Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu M^{\mu\nu\rho} = 0$ genügt.
- Die Größen

$$J^{kl} := \int d^3x M^{0kl}$$

bilden einen antisymmetrischen 3-Tensor, aus dem man bekanntlich einen Axialvektor bilden kann ($A_i = \frac{1}{2}\epsilon_{ikl}J^{kl}$). Welche Bedeutung hat dieser Axialvektor?

- Drücken Sie die Komponenten des Axialvektors aus (b) für den Fall des elektromagnetischen Feldes durch \vec{E} und \vec{B} aus.

Aufgabe V2: In der Vorlesung [02.06.2009] wurde der Liénard-Wiechert Feldstärketensor für eine bewegte Punktladung gegeben. Wenden Sie dieses Resultat auf den Fall einer Ladung e an, die sich mit konstanter Geschwindigkeit v in x^1 -Richtung bewegt.

Aufgabe V3: Berechnen Sie das von der Ladung aus Aufgabe V2 erzeugte Feld, indem Sie das Coulomb-Feld im Ruhesystem der Ladung in das Bezugssystem Lorentz-transformieren, in dem sich die Ladung bewegt. [Hinweis: Lorentz-Transformation ist wie in Aufgabe A.]