

[Abgabe 21.04.2009 in der Vorlesung, Tutorien 23.-24.04.2009]

Die Übungsblätter werden dienstags in der Vorlesung ausgeteilt. Die Lösung der mit A markierten Aufgabe ist am darauf folgenden Dienstag in der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 8 Punkte, und Sie sollen am Ende des Semesters 50% der Gesamtpunktzahl erreicht haben. Die mit V markierten Aufgaben sollen in den Tutorien vorgerechnet werden, und Sie sollen insgesamt mindestens 50% der Aufgaben ankreuzen.

Aufgabe A: Wiederholung zur Speziellen Relativitätstheorie (Theorie I).

(a) Die 4-Beschleunigung a eines Punktteilchens mit 4-Geschwindigkeit u sei definiert durch

$$a^\mu := \frac{du^\mu}{d\tau}$$

(τ ist die Eigenzeit). Zeigen Sie, dass das 4-Skalarprodukt $a \cdot u$ verschwindet.

(b) Das Teilchen bewege sich in x^1 -Richtung. Drücken Sie die Komponenten a^μ der 4-Beschleunigung in dem Bezugssystem, in dem das Teilchen gerade ruht, durch die gewöhnliche 3-Beschleunigung w aus. Zeigen Sie, dass $a_\mu a^\mu = -w^2$ gilt.

(c) Bestimmen Sie jetzt die Bahnkurve $x^1(t)$ (bzgl. eines festen Bezugssystems) eines Punktteilchens, das sich mit konstanter Beschleunigung w (bzgl. des momentanen Ruhesystems) in x^1 -Richtung bewegt. Zur Zeit $t = 0$ sei $x^1 = dx^1/dt = 0$.

(d) Um einen längeren Raumflug zu einem angenehmen Erlebnis zu machen, sollte man nicht auf die gewohnte Schwerkraft verzichten und in einem Raumschiff mit der konstanten Beschleunigung $w = 9,8 \text{ m/s}^2$ reisen. Wie lange dauert eine Reise zum Andromeda-Nebel (Entfernung $d = 2,5 \cdot 10^6$ Lichtjahre) für die Reisenden?

Aufgabe V1: Wiederholung zur Wellengleichung (Theorie I).

Ein reelles Skalarfeld erfülle die Gleichung

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \phi(t, x) = 0,$$

mit $\phi(0, x) = \exp(-x^2)$, $\partial_t \phi(0, x) = 0$. Bestimmen Sie die Lösung $\phi(t, x)$ für $t > 0$.

Aufgabe V2: Wiederholung zur Thermodynamik (Theorie III). Wir betrachten ein thermodynamisches System mit fixierter Teilchenzahl N . Sei C_p die spezifische Wärme bei konstantem Druck: $C_p := (\partial W / \partial T)_p$, wobei W die Enthalpie bezeichnet. Verifizieren Sie die folgenden Identitäten [Hinweis: Landau-Lifschitz, Statistische Physik, §16]:

$$C_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_p = \frac{T}{C_p} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

Aufgabe V3: Isentropische Strömung. Sei $s = S/V$ die Entropiedichte, $n = N/V$ die Teilchendichte, und u^μ die Strömungsgeschwindigkeit. Wir definieren die Entropie pro Teilchen durch $\sigma := S/N = s/n$. Zeigen Sie, dass in einer isentropischen Strömung, d.h. mit $\partial_\mu (su^\mu) = 0$, Entropie pro Teilchen erhalten bleibt, d.h. $d\sigma/dt = 0$.