Theoretische Physik I	**Probeklausur**	4.2.2009

Zugelassene Hilfsmittel: Keine. Sechs Punkte reichen zur Note 4,0.

Aufgabe 1: Betrachtet wird eine Menge von Massenpunkten (Massen m_a, Ortsvektoren $\vec{x}_a$), mit Gesamtimpuls $\vec{p}$ und Gesamtdrehimpuls $\vec{L}$, definiert durch

$$\vec{p} := \sum_{a=1}^{N} m_a \dot{\vec{x}}_a \ , \quad \vec{L} := \sum_{a=1}^{N} m_a \vec{x}_a \times \dot{\vec{x}}_a \ .$$

Sei $\vec{F}_{ba}$ die Kraft, die Massenpunkt b auf a übt. Welche konkrete Eigenschaften von $\vec{F}_{ba}$ garantieren, dass $\vec{p}$ (2 Punkte) und $\vec{L}$ (2 Punkte) Erhaltungsgrössen sind? Was ist die allgemeine Aussage dazu (2 Punkte)?

Aufgabe 2: Ein homogenes Seil der Länge L liegt zur Hälfte auf einem Tisch, die andere Hälfte hängt über die Tischkante. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird das Seil losgelassen und beginnt reibungsfrei hinunter zu rutschen. Die lineare Massendichte sei μ.

(a) Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion (3 Punkte).

(b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie deren Lösung für die obigen Anfangsbedinungen bis zum Zeitpunkt des Ausrutsches (3 Punkte).

[Hinweis: die Euler-Lagrange Gleichung lautet $\partial L/\partial q = \mathrm{d}/\mathrm{d}t(\partial L/\partial \dot{q})$.]

Aufgabe 3: Das Vektorpotential eines magnetischen Dipolmoments $\vec{\mu}$ lautet

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\vec{\mu} \times \vec{x}}{r^3} \ , \quad r := |\vec{x}| \ .$$

(a) Verifizieren Sie, dass die Coulomb-Eichbedingung $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ erfüllt ist (2 Punkte).

(b) Leiten Sie den Ausdruck

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{3\vec{x}(\vec{\mu} \cdot \vec{x}) - \vec{\mu} r^2}{r^5}$$

für die entsprechende magnetische Induktion $\vec{B}$ her (2 Punkte).

(c) Bestimmen Sie den magnetischen Fluss durch eine Kugeloberfläche von Radius $|\vec{x}| = R$, und zeigen Sie, dass es keine magnetischen Ladungen innerhalb der Kugeloberfläche gibt (2 Punkte).

[Hinweise: $\partial r/\partial x^i = x^i/r$, $(\vec{a} \times \vec{b})^i = \epsilon^{ijk} a^j b^k$.]

Aufgabe 4: Ein 4-Vektorpotential sei als $A := (\phi, \vec{A})^T$ definiert, wobei $\vec{A}$ das normale Vektorpotential ist. Unter Eichtransformation ändern sich ϕ and $\vec{A}$ als $\phi' = \phi - \dot{\chi}/c$, $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\chi$, wobei χ eine beliebige reelle Funktion ist. Zeigen Sie, dass die Feldstärketensor $F^{\mu\nu} := \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ eichinvariant ist (6 Punkte).