Theoretische Physik I	**Klausur**	8.4.2009

Zugelassene Hilfsmittel: Keine. Sechs Punkte reichen zur Note 4,0.

Aufgabe 1: Die allgemeine Bahnkurve für das Kepler-Problem mit dem Potential $V(r) = -\alpha/r$ hat die Form

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\phi} \ ,$$

wobei p dasselbe vorzeichen hat wie α, und die Exzentrizität e positiv ist. Skizzieren Sie, ausgehend von dieser Formel, die unterschiedlichen Klassen von Lösungen, und erläutern Sie ihre physikalischen Bedeutungen (6 Punkte).

Aufgabe 2: Die Funktion $y(x)$, $x \in (x_a, x_b)$, beschreibe eine Bahnkurve in der (x, y)-Ebene.

(a) Zeigen Sie, dass die Länge der Bahnkurve gleich $l = \int_{x_a}^{x_b} \mathrm{d}x \sqrt{1 + [y'(x)]^2}$ ist (2 Punkte).

(b) Betrachten Sie eine Variation $y \to y + \delta y$ der Bahnkurve, mit $\delta y(x_a) = \delta y(x_b) = 0$. Welche Gleichung muss die Funktion $y(x)$ erfüllen, um eine Bahnkurve mit extremaler Länge zwischen $(x_a, y(x_a))$ und $(x_b, y(x_b))$ zu beschreiben (2 Punkte)?

(c) Zeigen Sie, dass der kürzeste Weg zwischen $(x_a, y(x_a))$ und $(x_b, y(x_b))$ eine gerade Linie ist (2 Punkte).

Aufgabe 3: Ein ,,Plattensender" erzeugt rechts und links der Ebene $x^1 = 0$ das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x}, t) = E_0\, \vec{e}_2[\Theta(x^1)\cos(kx^1 - \omega t) + \Theta(-x^1)\cos(kx^1 + \omega t)]$. Dabei ist $\Theta(x)$ die Stufenfunktion und $\omega = ck$. Berechnen Sie, welche Stromdichte $\vec{J}(\vec{x}, t)$ man braucht, um dieses Feld zu erzeugen (4 Punkte). Geben Sie zunächst einen Ausdruck für $\vec{B}(\vec{x}, t)$ an (2 Punkte).

[Hinweis: $\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \ , \quad \nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c}\dot{\vec{E}} = \frac{4\pi}{c}\vec{J} \ , \quad \nabla \times \vec{E} + \frac{1}{c}\dot{\vec{B}} = 0 \ , \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$.]

Aufgabe 4: Die kovariante Bewegungsgleichung eines Teilchens im elektromagnetischen Feld lautet

$$\frac{\mathrm{d}p^\mu}{\mathrm{d}\tau} = \frac{q}{c} F^{\mu\nu} u_\nu \ .$$

(a) Wie erhält man daraus den üblichen Ausdruck für die Lorentz-Kraft (2 Punkte)?

(b) Zeigen Sie, dass $p^2 = p^\mu p_\mu$ eine Erhaltungsgröße ist (2 Punkte).

(c) Wie verhält sich p^2, falls wir einen zusätzlichen Term $-\Gamma p^\mu$ auf der rechten Seite hinzufügen (1 Punkt)? Wäre ein solcher Term physikalisch sinnvoll (1 Punkt)?

[Hinweis: $F^{i0} = E^i \ , \quad F^{ij} = -\epsilon^{ijk} B^k \ , \quad p^\mu = m u^\mu$.]