Übungen zu Theoretische Physik I	**Blatt 13**	23.1.2009

Aufgabe 1: Für die zeitunabhängige Ladungsverteilung

$$\rho(\vec{x}) = \rho_0 \, e^{-\mu|\vec{x}|}$$

mit konstantem $\mu > 0$ berechne man das elektrische Feld mit Hilfe der Fourier-Transformation.

(a) Wie lautet die Fourier-Transformierte $\tilde{\rho}(\vec{k})$ der Ladungsdichte $\rho(\vec{x})$?

(b) Geben Sie die Lösung $\tilde{\vec{E}}(\vec{k})$ der Fourier-transformierten Maxwell-Gleichungen an, und berechnen Sie dann $\vec{E}(\vec{x})$ durch Rücktransformation.

Hinweise: $\int_0^\infty \mathrm{d}r \, r \sin(kr) e^{-\mu r} = \frac{2\mu k}{(k^2+\mu^2)^2}$, $\int_0^\infty \mathrm{d}k \, \frac{\sin(kr)}{k(k^2+\mu^2)^2} = \frac{\pi}{4\mu^4} \left[2 - e^{-\mu r}(\mu r + 2)\right]$.

Aufgabe 2: Ein „Plattensender" erzeugt rechts und links der Ebene $x^1 = 0$ das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x}, t) = E_0 \, \vec{e}_2 [\Theta(x^1) \cos(kx^1 - \omega t) + \Theta(-x^1) \cos(kx^1 + \omega t)]$, dabei ist $\Theta(x)$ die Stufenfunktion. Berechnen Sie, welche Stromdichte $\vec{J}(\vec{x}, t)$ man braucht, um dieses Feld zu erzeugen. Geben Sie zunächst einen Ausdruck für $\vec{B}(\vec{x}, t)$ an.

Aufgabe 3: Eine polarisierte ebene Lichtwelle hat das elektrische Feld $\vec{E} = \mathrm{Re}[\vec{\lambda} e^{-i(\omega_{\vec{k}} t - \vec{k} \cdot \vec{x})}]$, $\vec{\lambda}$ ist der Polarisationsvektor ($\vec{\lambda} = i|\vec{k}|\vec{\epsilon}$ in der Notation der Vorlesung), der i.A. komplex sein kann und senkrecht zu $\vec{k}$ ist. Falls $\vec{\lambda}$ reell ist, ist die Welle *linear polarisiert*.

Zwei ebene Wellen gleicher Amplitude, Phase und Kreisfrequenz ω, die eine in negativer $\vec{e}_3$-Richtung (polarisiert in Richtung von $\vec{e}_2$), die andere in positiver x^1-Richtung (polarisiert in Richtung von $\vec{e} = \cos\alpha \, \vec{e}_2 + \sin\alpha \, \vec{e}_3$) propagierend, treffen auf viele kleine Detektoren, die in sehr kleinen Abständen auf der Geraden $\vec{y}(s) = \frac{s}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1 + \vec{e}_2)$ angebracht sind (Skizze?). Diese messen das zeitlich gemittelte Quadrat des elektrischen Feldes (proportional zur Intensität):

$$I(s) := \langle \vec{E}^2 \rangle := \frac{1}{T} \int_0^T \mathrm{d}t \, \vec{E}^2(\vec{y}(s), t) \, , \quad \omega T \gg 1 \, .$$

Welches elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x}, t)$ entsteht insgesamt? Berechnen Sie $I(s)$. Welchen Abstand Δs haben die Maxima von I auf der Geraden? Wie erhält man daraus die Wellenlänge λ? Bei welchem α entsteht das ausgeprägteste Interferenzbild (Skizze machen)?