

[Die Donnerstagsgruppe am 8.1.2009 findet ausnahmsweise im T2-213 statt.]

Aufgabe 1: Eine Kugel (Radius R , Mittelpunkt bei $\vec{x} = 0$) mit homogener Oberflächenladungsdichte σ dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_3$ um die x^3 -Achse. Es soll das \vec{B} -Feld innerhalb und ausserhalb der Kugelschale bestimmt werden.

- (a) Wie lauten Ladungs- und Stromdichte ρ und \vec{J} ?
- (b) Ein geeigneter Ansatz ist ($r = |\vec{x}|$)

$$\vec{B} = f(r)x^3\vec{x} - g(r)\vec{e}_3 .$$

Wie weit legen die Maxwell-Gleichungen im stromfreien Aussen- und Innenraum die Funktionen f und g fest? Es bleiben zwei Konstanten übrig, welche ist innen, und welche ist aussen Null?

- (c) Bestimmen Sie die beiden noch unbekanntenen Konstanten. Betrachten Sie dazu die Maxwell-Gleichungen auf der Kugelschale, d.h. auch bei $r = R$.

Aufgabe 2: In der Vorlesung wurde der Ausdruck

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{c} \int_V d^3\vec{x}' \frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

für das Vektorpotential eines gegebenen Stromkreises gefunden. Verifizieren Sie, dass dieser Ausdruck die Coulomb-Eichbedingung erfüllt.

Aufgabe 3:

- (a) In der Vorlesung wurde die magnetische Induktion eines Ringstroms (Mittelpunkt bei $\vec{x} = 0$, aufgespannte Fläche in der (x^1, x^2) -Ebene, mit Strom I und Radius R) entlang der x^3 -Achse berechnet. Bestimmen Sie das magnetische Dipolmoment des gegebenen Ringstroms, und verifizieren Sie, dass die Multipolentwicklung denselben Wert für die magnetische Induktion liefert als die direkte Berechnung.
- (b) Eine gerade Spule mit kreisförmigem Querschnitt vom Radius R habe die Länge L und trage N Windungen, die von dem Strom I durchflossen werden. Berechnen Sie die magnetische Induktion auf der Zylinderachse. Um welchen Faktor ist das Feld an den Spulenden gegenüber dem in der Mitte abgefallen? Hinweis: Sie können das Resultat aus (a) benutzen.

