Übungen zu Theoretische Physik I	**Blatt 9**	12.12.2008

Aufgabe 1: Die potentielle Gravitationsenergie einer Punktmasse m_0 bei $\vec{x}$ in Gegenwart einer zweiten Masse m bei $\vec{x}'$ läßt sich bekanntlich schreiben als

$$V(\vec{x}) = -G\frac{m_0 m}{|\vec{x}-\vec{x}'|} .$$

Es gilt das Superpositionsprinzip, d.h. für Massenpunkte m_a bei $\vec{x}'_a$ ist

$$V(\vec{x}) = -G\sum_a \frac{m_0 m_a}{|\vec{x}-\vec{x}'_a|} ,$$

und für einen ausgedehnten Körper mit Massendichte ρ gilt

$$V(\vec{x}) = -G\int \mathrm{d}^3\vec{x}' \, \frac{m_0\rho(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|} .$$

Betrachten Sie eine kugelsymmetrische Verteilung $\rho = \rho(|\vec{x}'|)$.

(a) Zeigen Sie, dass wenn $\rho(r) = 0$ für $r > r_0$ gilt, das Potential $V(\vec{x})$ für $|\vec{x}| > r_0$ das einer Punktmasse M am Ursprung ist. Dabei ist M die Gesamtmasse des ausgedehnten Körpers. Hinweis: Benutzen Sie Kugel-Koordinaten für $\vec{x}'$ und legen Sie die 3-Achse in Richtung von $\vec{x}$.

(b) Zeigen Sie, dass wenn $\rho(r) = 0$ für $r < r_0$ gilt, dann ist $V(\vec{x})$ für $|\vec{x}| < r_0$ konstant.

(c) Interpretieren Sie diese Ergebnisse in der Sprache der Elektrostatik neu.

Aufgabe 2: Für Ladungen, die auf einer unendlich dünnen Fläche verteilt sind, definiert man die *Flächenladungsdichte* als Ladung pro Fläche.

(a) Benutzen Sie das Gesetz von Gauß, $\int_{\partial V} \mathrm{d}\vec{f}\cdot\vec{E} = Q_V$, um das elektrische Feld, das von zwei geladenen koaxialen Zylindern unendlicher Länge und verschwindender Dicke herrührt, zu bestimmen. Der äussere Zylinder (Radius b) trägt die konstante Flächenladungsdichte $-\sigma$, der innere Zylinder (Radius a) die konstante Flächenladungsdichte σ. Hinweis: Benutzten Sie als Integrationsgebiet Zylinder-Oberflächen der Länge L.

(b) Berechnen Sie das elektrische Feld im Raum zwischen zwei solchen Doppelzylindern, die im Abstand d parallel zu einander verlaufen.

Aufgabe 3 (Rechenübung): Berechnen Sie explizit das Oberflächenintegral $\int_B \mathrm{d}\vec{f}\cdot\vec{E}$ für $\vec{E}(\vec{x}) = \vec{x}$. Die Fläche B sei die Halbkugel $\vec{x}^2 = 1$, $x^3 > 0$ zusammen mit der Basisfläche $(x^1)^2 + (x^2)^2 \leq 1$, $x^3 = 0$. Verwenden Sie sowohl kartesische als auch Kugelkoordinaten. Verifizieren Sie den Gaußschen Satz.