Übungen zu Theoretische Physik I	**Blatt 8**	5.12.2008

Aufgabe 1: Ein Massenpunkt in einer Dimension und Koordinate x bewege sich im Potential

$$V(x) = ax \text{ für } x > 0\ , \qquad V(x) = -bx \text{ für } x < 0\ ,$$

mit positiven Konstanten a und b.

(a) Skizzieren Sie das Potential und die Phasenraumtrajektorien. Für letztere betrachten Sie vier verschiedene Fälle: $a = b = 1$, $a = 2b = 2$, $a = \infty$ und $b = 1$, $a = 0$ und $b = 1$.

(b) Leiten Sie die Hamilton-Funktion und die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen her. Bestimmen Sie die Periode $T(E)$ der Bewegung als Funktion der Energie E.

Aufgabe 2: Betrachten Sie noch einmal die Systeme von Blatt 5, Aufgabe 3. Zur Erinnerung: Es waren

$$\begin{aligned}
L &= \frac{m}{2}\left[R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\right]\dot\varphi^2 + mg\frac{h}{2\pi}\varphi \qquad \text{für 3a,}\\
L &= \frac{1}{2}(m_1+m_2)l_1^2\dot\varphi_1^2 + \frac{1}{2}m_2 l_2^2\dot\varphi_2^2 + m_2 l_1 l_2 \dot\varphi_1\dot\varphi_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)\\
&\quad + (m_1+m_2)g l_1\cos\varphi_1 + m_2 g l_2 \cos\varphi_2 \qquad \text{für 3b, und}\\
L &= \frac{1}{2}(m_1+m_2)\dot x^2 + \frac{1}{2}m_2(l^2\dot\varphi^2 + 2l\dot x\dot\varphi\cos\varphi) + m_2 g l\cos\varphi \qquad \text{für 3c.}
\end{aligned}$$

Bestimmen Sie jeweils die kanonischen Impulse und die Hamilton-Funktion als Funktion der verallgemeinerten Koordinaten und der kanonischen Impulse. Leiten Sie daraus die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen ab. Welche Symmetrien haben die Systeme, und wie lauten die entsprechenden Noether-Erhaltungsgrößen?

Aufgabe 3:

(a) Bestimmen Sie die Poisson-Klammern $\{L^i, p^j\}$ der kartesischen Komponenten von Drehimpuls $\vec L$ und Impuls $\vec p$ eines Massenpunktes.

(b) Bestimmen Sie die Poisson-Klammern $\{L^i, L^j\}$ der kartesischen Komponenten des Drehimpulses $\vec L$.