Übungen zu Theoretische Physik I	**Blatt 7**	28.11.2008

Aufgabe 1: Ein homogener (voller) Zylinder und eine homogene Vollkugel mit Radius R und Masse M rollen eine schiefe Ebene der Länge l und mit Neigungswinkel α hinab. Berechnen Sie jeweils das Trägheitsmoment, stellen Sie Lagrange-Funktion und Bewegungsgleichung auf, und bestimmen Sie die Laufzeit. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit der Laufzeit eines reibungsfrei gleitenden Massenpunktes.

Aufgabe 2: Ein Ende einer Feder sei fest am Ursprung angebracht, am anderen Ende sei ein Teilchen der Masse m befestigt. Die Ruhelänge der Feder sei l_0, die Federkonstante sei k. Die Masse bewege sich reibungsfrei in einer horizontalen Ebene.

(a) Wie lauten Lagrange-Funktion und Bewegungsgleichungen?

(b) Welche Symmetrien und Erhaltunssätze gibt es?

(c) Betrachten Sie eine Bewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω. Welche Länge hat die Feder dabei?

(d) Betrachten Sie jetzt kleine Abweichungen von dieser Bewegung. Die Länge der Feder weiche um die kleine Größe $h(t)$ von der Länge aus (c) ab. Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz der kleinen Schwingungen.

(e) Was passiert für sehr große ω?

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenzen des ebenen Doppelpendels aus Aufgabe 3b von Blatt 5, d.h. mit der Lagrange-Funktion

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}(m_1+m_2)\, l_1^2\, \dot\varphi_1^2 + \frac{1}{2} m_2\, l_2^2\, \dot\varphi_2^2 + m_2\, l_1 l_2\, \dot\varphi_1 \dot\varphi_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ &\quad + (m_1+m_2)\, g\, l_1 \cos\varphi_1 + m_2\, g\, l_2 \cos\varphi_2 \; . \end{aligned}$$