

Aufgabe 1: Ein homogenes Seil der Länge L liegt zur Hälfte auf einem Tisch, die andere Hälfte hängt über die Tischkante. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird das Seil losgelassen und beginnt reibungsfrei hinunter zu rutschen. Die lineare Massendichte sei μ .

- (a) Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion.
- (b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie deren Lösung für die obigen Anfangsbedingungen.

Aufgabe 2:

- (a) Berechnen Sie den Trägheitstensor eines homogenen Quaders mit Kantenlängen a , b und c und Masse M in einem Koordinatensystem mit Ursprung im Schwerpunkt und Achsen parallel zu den Kanten des Quaders.
- (b) Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines Würfels bzgl. Drehungen um die Raumdiagonale.
- (c) Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente und Hauptträgheitsachsen des Trägheitstensors

$$J = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ kg m}^2$$

Aufgabe 3: Betrachten Sie Fadenpendel der Länge d , das unter Einfluss der Schwerkraft frei schwingen kann. Die Masse des Pendelkörpers sei m , die des Fadens sei vernachlässigbar.

- (a) Schreiben Sie die Lagrange-Funktion unter Benutzung von Kugelkoordinaten auf.
- (b) Was sind die Symmetrien der Wirkung und die entsprechenden Erhaltungsgrößen?
- (c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf (deren Lösung ist nicht verlangt).