Übungen zu Theoretische Physik I	**Blatt 5**	14.11.2008

Aufgabe 1: Ein homogenes Seil der Länge L wird an zwei Punkten (Horizontalabstand d, mit $d < L$; Vertikalabstand 0) aufgehängt. Die lineare Massendichte sei μ.

(a) Bestimmen Sie die Form des Seils in Ruhe (Kettenlinien-Lösung). Ausgangspunkt sei, dass die Potentialenergie (im homogenen Schwerefeld) minimiert wird.

(b) Das Seil wird nun mit einer sehr hohen konstanten Winkelgeschwindigkeit gedreht (Sprungseil). Bleibt seine Form unverändert? Ausgangspunkt sei, dass die kinetische Energie minimiert wird, während Potentialenergie vernachlässigt werden kann.

(c) Welche Lösung würde die „Rotationsfläche" des gedrehten Seils minimieren?

Aufgabe 2: Ein Massenpunkt mit Masse m und elektrischer Ladung q befinde sich in einem elektrischen Feld $\vec{E}(t,\vec{x})$ und einem Magnetfeld $\vec{B}(t,\vec{x})$. Elektromagnetische Felder lassen sich allgemein durch elektromagnetische Potentiale $\Phi(t,\vec{x})$, $\vec{A}(t,\vec{x})$ wie folgt ausdrücken,

$$\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla\Phi, \qquad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}\,.$$

Die Lagrange-Funktion des Teilchens lautet

$$L = \frac{m}{2}\dot{\vec{x}}^2 - q\,\Phi(t,\vec{x}) + \frac{q}{c}\dot{\vec{x}} \cdot \vec{A}(t,\vec{x})\;.$$

(a) Bestimmen Sie den zu $\vec{x}$ kanonisch konjugierten Impuls $\vec{p}$, sowie die Energie $E = \dot{x}^i \partial L/\partial \dot{x}^i - L$. Drücken Sie E als Funktion von $\vec{x}, \vec{p}, t$ aus.

(b) Leiten Sie aus der Lagrange-Funktion die Bewegungsgleichung für das Teilchen her (ausgedrückt durch $\vec{E}$ und $\vec{B}$).

Aufgabe 3 (zu bearbeiten erst nach der Vorlesung am 10.11.2008): Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion für die folgenden Systeme und leiten Sie die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen ab.

(a) eine Perle, die reibungsfrei auf einer Helix mit Ganghöhe H und Radius R im Schwerefeld gleitet;

(b) ein ebenes Doppelpendel (Abb. 1);

(c) ein ebenes Pendel mit der Masse m_2, dessen Aufhängepunkt mit der Masse m_1 sich entlang einer horizontalen Gerade bewegen kann (Abb. 2).

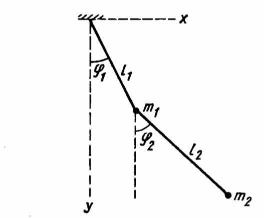

Abb. 1

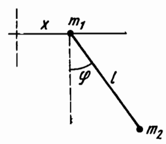

Abb. 2