Übungen zu Theoretische Physik I	**Blatt 4**	7.11.2008

Aufgabe 1 (Foucault'sches Pendel): Betrachten Sie ein Pendel der Länge l, an dessen Ende ein Massenpunkt im Schwerefeld $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ eine 3-dimensionale Bewegung ausführen kann. Im unausgelenkten Zustand seien die Koordinaten $x = y = z = 0$.

(a) Zeigen Sie, dass in erster Ordnung in kleinen Auslenkungen von der Vertikalen die Bewegungsgleichungen die Form

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l}x, \qquad \ddot{y} = -\frac{g}{l}y$$

annehmen. Lösen Sie die Gleichungen für die Anfangsbedingungen $x(0) = r_0$, $y(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$, $\dot{y}(0) = v_0$ und skizzieren Sie die Bahnkurve.

(b) Es soll jetzt der Effekt der Erdrotation durch Einbeziehung der Coriolis-Kraft berücksichtigt werden. Am Breitengrad θ ist die Winkelgeschwindigkeit der Erde bzgl. des oben definierten Koordinatensystems $\vec{\omega} = (-\omega\cos\theta, 0, \omega\sin\theta)$. Zeigen Sie, dass unter Vernachlässigung von Ω^2 gegenüber g/l

$$\begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

eine Lösung in Gegenwart der Coriolis-Kraft ist, falls $(x(t), y(t))$ eine Lösung aus (a) und $\Omega \propto \omega$ zu bestimmen ist. Skizzieren Sie die Bewegung. Interpretieren Sie das Resultat als Präzessionsbewegung. Wie groß ist die Periodendauer der Präzession, wenn das Pendel in der Uni-Halle aufgehängt wird?

Aufgabe 2 (Rutherford-Streuung): Streuung im Zentralpotential $V(r) = -\alpha/r$.

(a) Zeigen Sie, dass ein einzelnes Teilchen der Masse μ, der Energie $E > 0$ und des Stoßparameters b in diesem Potential um den Winkel θ mit

$$\tan(\theta/2) = |\alpha|/(2E\,b)$$

abgelenkt wird. Berechnen Sie daraus den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\theta$, und skizzieren Sie das Ergebnis.

(b) Betrachten Sie zwei Teilchen mit Massen $m_1 < m_2$, die aneinander durch ihre gravitative Wechselwirkung streuen. Skizzieren Sie ein Beispiel für mögliche Bahnen beider Teilchen im Schwerpunktsystem.

Aufgabe 3 (Virialsatz): Ein Planet führe im Zentralpotential $V(r) = -\alpha/r$ eine periodische Bewegung durch (Periode τ). Zeigen Sie, dass für den Mittelwert der kinetischen Energie

$$\langle T \rangle := \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \mathrm{d}t\, T(t)$$

und den entsprechend definierten Mittelwert der potentiellen Energie die Beziehung

$$\langle T \rangle = -\frac{1}{2}\langle V \rangle$$

gilt.