Quantenfeldtheorie	**Übungsblatt Nr. 13**	01.02.2006

[Mo 06.02.2006, 12:30, S2-137]

Aufgabe 1: Seien $\bar{\psi}_a$, ψ_a, $a = 1, ..., N$, Grassmann-Variablen, und $\bar{\psi}'_a \equiv \bar{\psi}_a + \bar{\psi}_b \bar{M}_{ba}$, $\psi'_a \equiv \psi_a + M_{ab}\psi_b$. Zeigen Sie, daß zur ersten Ordnung in M, $\bar{M}$ gilt:

$$\text{(a)} \quad \Big\{\prod_a \mathrm{d}\bar{\psi}'_a\Big\} = \Big\{\prod_a \mathrm{d}\bar{\psi}_a\Big\}\{1 - \mathrm{Sp}\,[\bar{M}]\} \,,$$

$$\text{(b)} \quad \Big\{\prod_a \mathrm{d}\psi'_a\Big\} = \Big\{\prod_a \mathrm{d}\psi_a\Big\}\{1 - \mathrm{Sp}\,[M]\} \,.$$

Aufgabe 2: Zeigen Sie, daß für $\theta = n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$, gilt: $\exp(i\theta\gamma_5) = (-1)^n$.

Aufgabe 3:

(a) Überprüfen Sie die Jacobi-Identität [Einstein-Konvention wird angenommen]:

$$f^{abe}f^{cde} + f^{cae}f^{bde} + f^{bce}f^{ade} = 0 \,.$$

(b) Seien $\mathcal{D}^{ab}_\mu(x) \equiv \delta^{ab}\partial_\mu + gf^{acb}A^c_\mu(x)$ und $\tau(x)$, $\sigma(y)$ beliebige "Testfunktionen". Zeigen Sie, daß gilt:

$$\int \mathrm{d}^4 y \left[\frac{\delta\mathcal{D}^{be}_\mu(x)}{\delta A^d_\nu(y)}\mathcal{D}^{dc}_\nu(y) - \frac{\delta\mathcal{D}^{bc}_\mu(y)}{\delta A^d_\nu(x)}\mathcal{D}^{de}_\nu(x)\right]\tau(x)\sigma(y) = gf^{cea}\mathcal{D}^{ba}_\mu(x)\tau(x)\sigma(x) \,.$$

Aufgabe 4: Sei

$$\Delta c^a \equiv \frac{g}{2} f^{abc} c^b c^c \,,$$

wo die c's Grassmann-Variablen sind. Verifizieren Sie, daß gilt: $\Delta^2 c^a = 0$.