Quantenfeldtheorie	**Übungsblatt Nr. 12**	25.01.2006

[Mo 30.01.2006, 12:30, S2-137]

Aufgabe 1: Sei

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu\nu}(Q) &= \frac{g^2 N_c}{2}\int\frac{d^dP}{(2\pi)^d}\frac{1}{P^2(P+Q)^2}\Big[4(d-2)P_\mu P_\nu + 2(d-2)(P_\mu Q_\nu + P_\nu Q_\mu) \\ &+ (d-10)Q_\mu Q_\nu + 8\delta_{\mu\nu}Q^2 + 2(2-d)\delta_{\mu\nu}(P+Q)^2\Big] \ . \qquad (1)\end{aligned}$$

Verifizieren Sie, daß gilt: $Q_\mu Q_\nu \Pi_{\mu\nu}(Q) = 0$.

Aufgabe 2: Zeigen Sie, ausgehend von Aufgabe 7.2, daß gilt ($d \equiv 4 - 2\epsilon$):

$$\int\frac{d^dP}{(2\pi)^d}\frac{1}{P^2(P+Q)^2} = \frac{\mu^{-2\epsilon}}{(4\pi)^2}\left[\frac{1}{\epsilon} + \ln\frac{\mu^2}{Q^2} + \mathcal{O}(1)\right] \ .$$

Aufgabe 3: Betrachten wir eine (euklidische) komplexe Skalarfeldtheorie, d.h.

$$\mathcal{L}_E = \partial_\mu\phi^*\partial_\mu\phi - V(\phi^*\phi) \ .$$

Diese Theorie ist invariant in der globalen Transformation $\phi \to e^{i\omega}\phi$, $\phi^* \to e^{-i\omega}\phi^*$. Leiten Sie den Noether-Strom her, durch

(a) die Definition $\frac{\delta S_E}{\delta\omega(x)} \equiv -\partial_\mu j_\mu(x)$.

(b) den Vergleich mit Aufgabe 1.4. [Hinweis: Schreiben Sie $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi^a + i\phi^b)$.]

Aufgabe 4: Betrachten wir "linear realisierte" Symmetrien:

$$\delta\phi^a(x) = \Phi_i^a(x)\delta\omega^i \equiv T_i^{ab}\phi^b(x)\delta\omega^i \ ,$$

wobei T_i^{ab} Konstanten sind, und $\partial S_E[\phi^a]/\partial\omega^i = 0$. Zeigen Sie, daß gilt:

(a) $\int d^4x\, T_i^{ab}\phi^b(x)\frac{\delta S_E[\phi]}{\delta\phi^a(x)} = 0$,

(b) $\int d^4x\, T_i^{ab}J^a(x)\frac{\delta Z[J]}{\delta J^b(x)} = 0$,

(c) $\int d^4x\, T_i^{ab}\varphi^b(x)\frac{\delta\Gamma[\varphi]}{\delta\varphi^a(x)} = 0$.

[Damit hat die "effektive Wirkung" $\Gamma[\varphi]$ dieselben Symmetrien wie die klassische, $S_E[\phi]$.]