Quantenfeldtheorie	**Übungsblatt Nr. 09**	21.12.2005

[Mo 09.01.2006, 12:30, S2-137]

Aufgabe 1: Sei

$$\langle ... \rangle \equiv \frac{\int \{\prod_i \mathrm{d}c_i^* \mathrm{d}c_i\}(...) \exp(-\sum_{p,q} c_p^* A_{pq} c_q)}{\int \{\prod_i \mathrm{d}c_i^* \mathrm{d}c_i\} \exp(-\sum_{p,q} c_p^* A_{pq} c_q)} \ ,$$

wo c^*, c Grassmann-Variablen sind. Was erhalten Sie für $\langle c_k c_l c_m c_n \rangle$, $\langle c_k c_l c_m c_n^* \rangle$, $\langle c_k c_l c_m^* c_n^* \rangle$?

Aufgabe 2: Betrachten wir (euklidische) Dirac-Matrizen, wie auf der Vorlesung (bzw. in Aufgabe 3) definiert. Zeigen Sie, daß gilt:

(a) $\mathrm{Sp}\,[\gamma_5] = 0$.

(b) $\mathrm{Sp}\,[$ungerade Anzahl von γ's$] = 0$. (Als Folge, $\mathrm{Sp}\,[\gamma_5\gamma_\mu] = \mathrm{Sp}\,[\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho] = 0$.)

(c) $\mathrm{Sp}\,[\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu] = 0$.

(d) $\mathrm{Sp}\,[\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma] = N\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$, mit $N = \mathrm{Sp}\,[\gamma_0^2]$ und

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} +1, \text{ falls } \mu\nu\rho\sigma \text{ eine gerade Permutation von 0123 ist,} \\ -1, \text{ falls } \mu\nu\rho\sigma \text{ eine ungerade Permutation von 0123 ist,} \\ 0, \text{ andernfalls.} \end{cases}$$

.

Aufgabe 3: In der sogenannten Standarddarstellung in genau vier Dimensionen gilt

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{2\times2} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1}_{2\times2} \end{pmatrix} \ , \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \ ,$$

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \ , \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \ , \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \ .$$

Wir definieren die euklidischen Dirac-Matrizen als $\gamma_0 \equiv \gamma_0^E \equiv \gamma^0$, $\gamma_i \equiv \gamma_i^E \equiv -i\gamma^i$. Zeigen Sie, daß $C \equiv \gamma_0\gamma_2$ die Gleichung

$$C\gamma_\mu C^{-1} = -\gamma_\mu^T$$

erfüllt, und die Eigenschaften $C^\dagger = C^{-1} = C^T = -C$ besitzt.

Aufgabe 4: Betrachten wir $S_E \equiv \int \mathrm{d}\tau \mathrm{d}^3\vec{x}\, \bar{\psi}[\gamma_\mu\partial_\mu + m]\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi$. Wie benimmt sich diese Wirkung in den diskreten Transformationen P und C?

NB. Die erste Vorlesung im neuen Jahr findet am Mi 11.01.2006 statt!