Quantenfeldtheorie	**Übungsblatt Nr. 06**	23.11.2005

[Mo 28.11.2005, 12:30, S2-137]

Aufgabe 1: Seien $\mathcal{L}_E \equiv \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial_\mu\phi + \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{g}{3!}\phi^3 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4$ und $S_E \equiv \int \mathrm{d}^4x\,\mathcal{L}_E$. Zeigen Sie, daß gilt:

$$\frac{\delta S_E}{\delta\phi(x)} = \Big[-\partial_\mu^2 + m^2\Big]\phi(x) + \frac{g}{2!}\phi^2(x) + \frac{\lambda}{3!}\phi^3(x) \; .$$

Aufgabe 2: Auf der Vorlesung haben wir $Z[J]$, $W[J] = \ln Z[J]$, und $\Gamma[\varphi] = W[J] - \int \mathrm{d}^4x\,\varphi(x)J(x)$ definiert, wo $\varphi(x) = \delta W[J]/\delta J(x)$. Ausgehend von der Schwinger-Dyson-Gleichung

$$0 = \left[-\mathcal{L}'_E\left(\frac{\delta}{\delta J(x)}\right) + J(x)\right] Z[J] \; ,$$

überprüfen Sie die folgenden Gleichungen:

$$\text{(a)} \qquad \mathcal{L}'_E\left(\frac{\delta W[J]}{\delta J(x)} + \frac{\delta}{\delta J(x)}\right) = J(x) \; ,$$

$$\text{(b)} \qquad \mathcal{L}'_E\left(\varphi(x) + \int \mathrm{d}^4y\, D[\varphi](x,y)\frac{\delta}{\delta\varphi(y)}\right) = -\frac{\delta\Gamma[\varphi]}{\delta\varphi(x)} \; ,$$

wo $D[\varphi](x,y) \equiv \delta^2 W[J]/\delta J(x)\delta J(y)$.

Aufgabe 3: Zeigen Sie, daß der Propagator

$$\Delta(x-y) = \int \frac{\mathrm{d}^4P}{(2\pi)^4}\frac{e^{iP\cdot(x-y)}}{P^2+m^2}$$

für $x \neq y$ endlich ist. Wie benimmt sich diese Funktion für $|x-y| \to \infty$?

Aufgabe 4:

(a) Bestimmen Sie das Integral

$$I(m^2; d, A) \equiv \int \frac{\mathrm{d}^dP}{(2\pi)^d}\frac{1}{(P^2+m^2)^A}$$

in dimensionaler Regularizierung.

(b) Wie sieht $I(m^2; 4-2\epsilon, 1)$ für $\epsilon \ll 1$ aus?