Quantenfeldtheorie	**Übungsblatt Nr. 05**	16.11.2005

[Mo 21.11.2005, 12:30, S2-137]

Aufgabe 1: Seien

$$\begin{aligned} G_E^{(n)}(\tau_1, ..., \tau_n) &\equiv \langle 0|T\{\hat{x}_H(\tau_1) \ldots \hat{x}_H(\tau_n)\}|0\rangle \;, \\ G_\beta^{(n)}(\tau_1, ..., \tau_n) &\equiv \frac{\mathrm{Sp}\,[e^{-\beta \hat{H}} T\{\hat{x}_H(\tau_1) \ldots \hat{x}_H(\tau_n)\}]}{\mathrm{Sp}\,[e^{-\beta \hat{H}}]} \;, \end{aligned}$$

mit $0 \le \tau_1, ..., \tau_n \le \beta$. Zeigen Sie, daß gilt: $\lim_{\beta\to\infty} G_\beta^{(n)}(\tau_1, ..., \tau_n) = G_E^{(n)}(\tau_1, ..., \tau_n)$.

Aufgabe 2: Ausgehend von

$$e^{W(J)} \equiv \int \mathrm{d}\vec{v}\, \exp\Big[-\frac{1}{2} v_i A_{ij} v_j + J_i v_i\Big] = e^{W(0)} \exp\Big[\frac{1}{2} J_i A^{-1}_{ij} J_j\Big] \;,$$

berechnen Sie

$$\langle v_m v_n v_o v_p \rangle_0 \equiv \frac{\int \mathrm{d}\vec{v}\; v_m v_n v_o v_p \;\exp\Big[-\frac{1}{2} v_i A_{ij} v_j\Big]}{\int \mathrm{d}\vec{v}\, \exp\Big[-\frac{1}{2} v_i A_{ij} v_j\Big]} \;.$$

Aufgabe 3: Falls das Integrationsmaß als

$$\int \mathrm{d}\vec{v} \;\equiv \int_{-\infty}^{\infty} \Big[\prod_i \frac{\mathrm{d}v_i}{\sqrt{2\pi}}\Big]$$

definiert wird, was erhalten Sie für $e^{W(0)}$? [Antwort: $e^{W(0)} = (\det A)^{-1/2}$].

Aufgabe 4: Betrachten wir ein Viervolumen $V = L_0 L_1 L_2 L_3$ mit periodischen Randbedingungen, wie auf der Vorlesung.

(a) Zeigen Sie, daß gilt: $\lim_{V\to\infty} \frac{1}{V} \sum_P \tilde{f}(P) = \int \frac{\mathrm{d}^4 P}{(2\pi)^4} \tilde{f}(P)$.

(b) Wir definieren eine Deltafunktion $\bar{\delta}(P)$ durch die Bedingung

$$\int_P \bar{\delta}(P - Q) \tilde{f}(P) = \tilde{f}(Q) \;,$$

mit $\int_P = \frac{1}{V} \sum_P$ bzw. $\int_P = \int \frac{\mathrm{d}^4 P}{(2\pi)^4}$. Schreiben Sie $\bar{\delta}(P)$ für beide Fälle auf.

(c) Zeigen Sie, daß die Gleichung $\int_V \mathrm{d}^4 x\, e^{iP\cdot x} = \bar{\delta}(P)$ sowohl für V endlich als auch für V unendlich gilt.