

Aufgabe 1:

(a) Betrachten wir die Definition

$$(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + \dots + p_n) \tilde{G}_{T,c}^{(n)}(p_1, \dots, p_n) \equiv \int d^4x_1 \dots \int d^4x_n G_{T,c}^{(n)}(x_1, \dots, x_n) e^{i(p_1 \cdot x_1 + \dots + p_n \cdot x_n)} .$$

Welche Eigenschaft der $G_{T,c}^{(n)}$ entspricht der Existenz der Deltafunktion vor $\tilde{G}_{T,c}^{(n)}$?

(b) Die Green-Funktion $G_T^{(n)}$ enthält im Allgemeinen auch nicht-zusammenhängende Teile, d.h. $G_T^{(n)} = \dots + G_T^{(m_1)} G_T^{(m_2)}$, mit $m_1 + m_2 = n$. Wie offenbaren sich solche Teile in der Fourier-Transformation $\tilde{G}_T^{(n)}$?

Aufgabe 2:

(a) Verifizieren Sie explizit, daß gilt:

$$: \hat{\phi}_I(x_1) \hat{\phi}_I(x_2) : = : \hat{\phi}_I(x_2) \hat{\phi}_I(x_1) : .$$

(b) Zeigen Sie, daß man innerhalb der Normalordnung Feldoperatoren auch im Allgemeinen vertauschen kann:

$$: \dots \hat{\phi}_I(x_i) \dots \hat{\phi}_I(x_j) \dots : = : \dots \hat{\phi}_I(x_j) \dots \hat{\phi}_I(x_i) \dots : .$$

Aufgabe 3: Überprüfen Sie das Wick-Theorem zur dritten Ordnung:

$$\begin{aligned} T\{\hat{\phi}_I(x_1)\hat{\phi}_I(x_2)\hat{\phi}_I(x_3)\} &= : \hat{\phi}_I(x_1)\hat{\phi}_I(x_2)\hat{\phi}_I(x_3) : \\ &+ : \hat{\phi}_I(x_1) : \langle 0|T\{\hat{\phi}_I(x_2)\hat{\phi}_I(x_3)\}|0\rangle \\ &+ : \hat{\phi}_I(x_2) : \langle 0|T\{\hat{\phi}_I(x_1)\hat{\phi}_I(x_3)\}|0\rangle \\ &+ : \hat{\phi}_I(x_3) : \langle 0|T\{\hat{\phi}_I(x_1)\hat{\phi}_I(x_2)\}|0\rangle . \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Sei $\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{1}{4!}\lambda\phi^4$ and daher, wie auf der Vorlesung,

$$\hat{H}_I(t) = \int d^3\vec{x} \frac{1}{4!}\lambda\hat{\phi}_I^4(t, \vec{x}) .$$

Bestimmen Sie die amputierte Green-Funktion $\tilde{A}_{T,c}^{(4)}(p_1, \dots, p_4)$ zur ersten Ordnung in λ .