| Quantenfeldtheorie | **Übungsblatt Nr. 03** | 02.11.2005 |
|---|---|---|

[ Mo 07.11.2005, 12:30, S2-137 ]

**Aufgabe 1:** Zeigen Sie, daß gelten:

$$\text{(a)} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\tilde{k}}{2\pi} \frac{e^{i\tilde{k}\tau}}{\tilde{k}^2 + E^2} = \frac{1}{2E}\Big[\theta(-\tau)e^{E\tau} + \theta(\tau)e^{-E\tau}\Big] ,$$

$$\text{(b)} \qquad \lim_{\epsilon\to 0^+} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \frac{e^{ikt}}{k^2 - E^2 + i\epsilon} = \frac{-i}{2E}\Big[\theta(-t)e^{iEt} + \theta(t)e^{-iEt}\Big] .$$

Hinweis: Benutzen Sie den Cauchy-Integralsatz.

**Aufgabe 2:** Die Fourier-Transformation des Schwinger-Propagators lautet

$$\tilde{G}_E(\tilde{p}^0;\vec{p}) = \frac{1}{\left(\tilde{p}^0\right)^2 + E_{\vec{p}}^2} ,$$

und die Spektralfunktion ist

$$\tilde{\rho}(p^0;\vec{p}) = \frac{\pi}{2E_{\vec{p}}}\Big[\delta(p^0 - E_{\vec{p}}) - \delta(p^0 + E_{\vec{p}})\Big] .$$

Zeigen Sie, daß gilt:

$$\tilde{\rho}(p^0,\vec{p}) = \operatorname{Im}\tilde{G}_E(\tilde{p}^0 \to -i(p^0 + i0^+);\vec{p}) .$$

Hinweis: Erinnern Sie sich an verschiedene Darstellungen der $\delta$-Funktion.

**Aufgabe 3:** Sei $\hat{U}_I(t,t_0)$ der Zeitentwicklungsoperator, wie auf der Vorlesung definiert.

(a) Schreiben Sie $\hat{U}_I(t,t_0)$ mit Hilfe von $e^{i\hat{H}t}$, $e^{i\hat{H}t_0}$, $e^{i\hat{H}_0t}$, $e^{i\hat{H}_0t_0}$.

(b) Zeigen Sie, daß gilt: $\hat{U}_I^\dagger(t_1,t_2) = \hat{U}_I(t_2,t_1)$.

(c) Zeigen Sie, daß gilt: $\hat{U}_I(t_1,t_2)\hat{U}_I(t_2,t_3) = \hat{U}_I(t_1,t_3)$ für $t_1 \ge t_2 \ge t_3$.

(d) Zeigen Sie, daß gilt: $\hat{U}_I(t_1,t_3)\hat{U}_I^\dagger(t_2,t_3) = \hat{U}_I(t_1,t_2)$ für $t_1 \ge t_2 \ge t_3$.

**Aufgabe 4:** Sei $\hat{S}$ die Streumatrix, wie auf der Vorlesung definiert. Zeigen Sie, daß $\hat{S}$ unitär ist:

$$\hat{S}^\dagger\hat{S} = \hat{S}\hat{S}^\dagger = \mathbb{1} .$$