Quantenfeldtheorie	**Übungsblatt Nr. 01**	20.10.2005

[Mo 24.10.2005, 12:15, S2-137]

Aufgabe 1: Betrachten wir eine allgemeine Lagrange-Dichte $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi)$, die keine explizite Abhängigkeit von x enthält.

(a) Verifizieren Sie, daß $\mathcal{L}$ in der Substitution

$$x^\mu \to x^{\mu\prime} = x^\mu + \omega^\mu \ , \quad \phi(x) \to \phi'(x') = \phi(x) \tag{1}$$

invariant bleibt.

(b) Was sind die entsprechenden Noether-Ströme j^μ_ν? [Notabene: $X^\mu_i \equiv \delta^\mu{}_\nu$.]

(c) Wir bezeichnen in diesem Fall $j^\mu_\nu \equiv T^\mu{}_\nu$. Zeigen Sie, daß gilt $T^{00} = \mathcal{H}$.

Aufgabe 2: Sei $\partial_\mu j^\mu_i = 0$. Unter welchen Bedingungen ist die "Ladung" $Q_i \equiv \int_V \mathrm{d}^3\vec{x}\, j^0_i$ eine Erhaltungsgröße?

Aufgabe 3: Betrachten wir die Lorentz-Transformation $x^\mu \to x^{\mu\prime} \equiv \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$, wobei $\eta^{\alpha\beta}\Lambda^\mu{}_\alpha\Lambda^\nu{}_\beta = \eta^{\mu\nu}$. Wir nehmen an, daß das Feld ϕ in dieser Substitution invariant bleibt: $\phi(x) \to \phi'(x') \equiv \phi(x)$.

(a) Zeigen Sie, daß $S = \int \mathrm{d}^4x\, \mathcal{L}$, mit $\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - V(\phi)$, in der Lorentz-Transformation invariant bleibt.

(b) Zeigen Sie, daß infinitesimale $\Lambda^\mu{}_\alpha$ sich in die Form $\Lambda^\mu{}_\alpha = \delta^\mu{}_\alpha + \epsilon^\mu{}_\alpha$ schreiben lassen, wobei $\epsilon^{\mu\nu} = -\epsilon^{\nu\mu}$.

(c) Wie lauten die entsprechenden Noether-Ströme?

Aufgabe 4: Betrachten wir letztendlich

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^\mu\phi_1\partial_\mu\phi_1 + \frac{1}{2}\partial^\mu\phi_2\partial_\mu\phi_2 - V(\phi_1^2 + \phi_2^2) \ , \tag{2}$$

und die Substitution

$$\delta\phi_1 \equiv -\phi_2\delta\omega \ , \quad \delta\phi_2 \equiv \phi_1\delta\omega \ . \tag{3}$$

Verifizieren Sie, daß diese eine Symmetrie ist. Was ist der Noether-Strom?