

**Aufgabe 1: Eindimensionale Diracsche Deltafunktion.**

- (a) Zeigen Sie, dass  $\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{2\epsilon} e^{-\frac{|x|}{\epsilon}}$  als Darstellung der Dirac- $\delta$  dienen kann (2 Punkte).
- (b) Zeigen Sie, dass  $\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\epsilon}{x^2 + \epsilon^2}$  als Darstellung der Dirac- $\delta$  dienen kann (2 Punkte).
- (c) Zeigen Sie, dass  $\delta(x^2 - a^2) = \frac{1}{2|a|} [\delta(x - a) + \delta(x + a)]$  gilt (2 Punkte).
- (d) Verifizieren Sie die Richtigkeit der Formel  $\delta(g(x)) = \sum_{g(x_i)=0} \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|}$  (2 Extrapunkte).

**Aufgabe 2: Parsevalsche Identität.**

- (a) Verwenden Sie die Parsevalsche Identität sowie die Antwort der Aufgabe 10.1 um das Integral

$$I_a = \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\sin^2(t)}{t^2}$$

zu berechnen (3 Punkte). [Antwort:  $\pi$ .]

- (b) Verwenden Sie die Parsevalsche Identität sowie die Antwort der Aufgabe 10.2 um das Integral

$$I_b = \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\sin^4(t)}{t^4}$$

zu berechnen (3 Punkte). [Antwort:  $\frac{2\pi}{3}$ .]

**Aufgabe 3: Gaußscher Satz und dreidimensionale Deltafunktion.**

Betrachtet wird das Integral

$$I = \oint_S \frac{d\vec{A} \cdot \vec{r}}{r^3}.$$

Bestimmen Sie den Wert von  $I$ , falls

- (a) der Ursprung  $\vec{r} = \vec{0}$  innerhalb der Oberfläche liegt (3 Punkte). [Antwort:  $I = 4\pi$ .]
- (b) der Ursprung  $\vec{r} = \vec{0}$  außerhalb der Oberfläche liegt (3 Punkte). [Antwort:  $I = 0$ .]

**Aufgabe 4: Lösung einer partiellen Differenzialgleichung.**

Betrachtet wird die eindimensionale Diffusionsgleichung

$$\partial_\tau q(\tau, x) = D \partial_x^2 q(\tau, x),$$

mit der Anfangsbedingung  $q(0, x) = \delta(x)$ . Zeigen Sie, dass

$$q(\tau, x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{4D\tau}}}{\sqrt{4D\pi\tau}}$$

die richtige Lösung ist (6 Punkte).