Übungen zu EMTP I	**Blatt Nr. 02**	19.10.2009

[Abgabe 26.10. in H16 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 1: Koordinaten. Ein eindimensionaler Raum wird durch eine Koordinate $y \in]0, \infty[$ parametrisiert. Messgeräte liegen an Abständen $\Delta y = 10$ voneinander, das erste bei $y = 1$, wobei angemessene dimensionslose Einheiten benutzt werden.

(a) Wegen Restrukturierung des Labors wird eine neue Koordinate eingeführt, und zwar als $x = 1/(1+y)$. In welchem Intervall soll sie definiert werden, um den ganzen Raum zu beschreiben (1 Punkt)?

(b) Messungen in alten Zeiten hatten einen "Kometen" entdeckt, der den Messgeräten bei konstanten Zeitintervallen, Δt, in positive y-Richtung vorbeigeflogen war: $v = \Delta y / \Delta t =$ const. Wie benimmt sich die Geschwindigkeit bzgl. der neuen x-Koordinate, $\Delta x / \Delta t$, als Funktion der Zeit (2 Punkte)? Skizzieren Sie $\Delta x / \Delta t$ auch als Funktion von x (2 Punkte).

(c) Eine andere mögliche Koordinatentransformation wäre $z = y^{\alpha}$ gewesen, mit $\alpha > 0$. Für welche α wird die Bewegung des Kometen anscheinend ständig beschleunigt (1 Punkt)?

Aufgabe 2: Darstellung von Messdaten. Die Wasserhöhe, h, in einem Kanal wird als Funktion der Zeit, t, gemessen; die Messwerte sind

t [s]	h [cm]	t [s]	h [cm]	t [s]	h [cm]	t [s]	h [cm]
0.0	0.0002(1)	3.0	0.0819(3)	6.0	8.3211(20)	9.0	0.0821(2)
1.0	0.0015(2)	4.0	0.5878(4)	7.0	3.4944(4)	10.0	0.0111(1)
2.0	0.0113(1)	5.0	3.4938(5)	8.0	0.5877(2)	11.0	0.0015(2)

wobei die Zahl innerhalb der Klammern die Unsicherheit der letzten Ziffer bezeichnet. Schlagen Sie eine Funktion vor, mit der die Daten analytisch beschrieben werden können (6 Punkte). [Hinweis: Erinnern Sie sich zuerst an das Verhalten verschiedener hyberbolischen Funktionen.]

Aufgabe 3: Polynome. Wir betrachten ein Polynom des dritten Grades, $f(x) = \sum_{n=0}^{3} a_n x^n$, mit gegebenen a_n. Eine andere mögliche Darstellung wäre $f(x) = \sum_{n=0}^{3} b_n (x - x_0)^n$.

(a) Wie soll b_3 gewählt werden, so dass die zwei Darstellungen äquivalent sind (1 Punkt)?

(b) Wie soll x_0 gewählt werden, so dass $b_2 = 0$ gilt (1 Punkt)? Oder $b_1 = 0$ (2 Punkte)?

(c) Unter welchen Umständen wäre die Produktdarstellung $f(x) = c_0(x-c_1)(x-c_2)(x-c_3)$, mit $c_0, c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$, auch möglich (2 Punkte)? [Begründung durch eine Skizze reicht.]

Aufgabe 4: Potenzen. Verifizieren Sie, ausgehend von der Definition $a^x := \exp(x \ln a)$, $a > 0$, und der bekannten Formel $\exp(x)\exp(y) = \exp(x+y)$, die folgenden Identitäten:

(a) $a^x a^y = a^{x+y}$ ($1\frac{1}{2}$ Punkte);

(b) $(a^x)^y = a^{xy}$ ($1\frac{1}{2}$ Punkte);

(c) $a^x b^x = (ab)^x$ ($1\frac{1}{2}$ Punkte);

(d) $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ ($1\frac{1}{2}$ Punkte).